

## Positions du soleil et de la lune par rapport à la terre

*L'idée de ce document m'est venue lorsqu'un ami a construit un planétaire reproduisant les mouvements du soleil et de la lune par rapport à la terre. Les principaux termes utilisés pour définir l'heure, caractériser les positions des astres dans le ciel, construire un calendrier et comprendre le phénomène d'éclipses sont définis : écliptique, obliquité, précession, nutation, jour stellaire, jour sidéral, jour solaire, année sidérale, année tropique, équation du temps, mois lunaire, éclipses de lune, éclipses de soleil, calendriers de type solaire, lunaire ou luni-solaire, libration, marées ... Puisque ce planétaire est animé par une horloge mécanique de précision, une annexe sur le principe des balanciers compensés en température a été ajoutée ([annexe n° 6](#)). J'ai essayé de rendre cet exposé abordable à tout esprit curieux, même peu féru de mathématique et de physique. Les lecteurs soucieux d'approfondir leurs connaissances trouveront des références de sites internet et des renvois sous forme d'annexes en fin de document, plus complets et plus précis. Les données astronomiques utilisées sont le plus souvent celles publiées par l'Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides (I.M.C.C.E.) ; elles sont disponibles sur internet à l'adresse suivante : <http://www.imcce.fr/langues/fr/ephemerides/>. J'ai également utilisé certaines données figurant dans le livre de Jean MEEUS : « Calculs Astronomiques à l'usage des amateurs » ; ce livre est publié par la Société Astronomique de France. Les valeurs précises d'un certain nombre de constantes ont été obtenues sur un site de l'Observatoire de Paris à l'adresse suivante : [http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/models/constants\\_fr.html](http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/models/constants_fr.html).*

*Des précisions et des photographies sur le planétaire évoqué plus haut sont disponibles à l'adresse suivante : <http://emmanuel-bouquet.fr/>*

Toute critique constructive et toute question seront les bienvenues à l'adresse mél suivante : [vanoise49@hotmail.com](mailto:vanoise49@hotmail.com)

## Table des matières

Partie I : Quel référentiel choisir pour un planétaire ?.....	3
I.1. Choix d'un référentiel héliocentrique ?.....	4
I.2. Choix d'un référentiel géocentrique ?.....	5
I.3. Choix d'un référentiel terrestre ?.....	7
Partie II : Comment repérer un astre dans le ciel ?.....	7
Partie III : jour sidéral et jour solaire.....	8
III.1. Définition du jour solaire.....	9
III.2. Jour solaire vrai et jour solaire moyen.....	9
III.3. Jour solaire moyen et jour stellaire.....	11
Partie IV : influence de la précession des équinoxes.....	13
IV.1 Année sidérale et année tropique.....	13
IV.2. Année civile : calendriers julien et grégorien.....	16
IV.3. Jour stellaire et jour sidéral.....	16
Partie V : mouvement de la lune.....	18
V.1 Complexité du mouvement.....	18
V.2 Description simplifiée du mouvement de la lune dans le référentiel géocentrique ; mois anomalistique.....	19
V.3 Orientation de la trajectoire dans l'espace.....	20
V.4 Influence du soleil sur l'inclinaison de la trajectoire.....	21
V.5 Influence du soleil sur la forme et l'orientation de la trajectoire.....	23
V.6 Les différentes périodes lunaires ou mois lunaires.....	24
V.6.1 Mois anomalistique.....	24
V.6.2 Mois sidéral.....	24
V.6.3 Mois tropique.....	25
V.6.4 Mois draconitique.....	25
V.6.5 Les phases de la lune.....	26
V.6.6 mois synodique.....	28
V.6.7. Application aux calendriers solaire, lunaire et luni-solaire.....	29
V.6.8. Rotation propre de la lune.....	30
V.6.9. Libration de la lune.....	31
V.6.9.a) Libration parallactique.....	33
V.6.9.b) Libration en longitude.....	34
V.6.9.c) Libration en longitude.....	36
V.6.9.d) Synthèse sur la libration.....	36
Partie VI : les éclipses.....	37
VI.1 Les éclipses de lune.....	37
VI.1.1. Définition et première condition d'obtention.....	37
VI.1.2. Ombre et pénombre .....	37
VI.1.3. Largeurs des zones d'ombre et de pénombre.....	38
VI.1.4. Estimation de la durée d'une éclipse.....	40
VI.1.5. Les deux conditions nécessaires à l'existence d'une éclipse de lune.....	41
VI.1.6. Prévion et périodicité des éclipses de lune ; le saros.....	44
VI.1.7. Influence de l'atmosphère terrestre : déviation et diffusion de la lumière.....	46
VI.1.8. Conditions de visibilité d'une éclipse de lune.....	49
VI.2 Les éclipses de soleil.....	49

VI.2.1. Définition et première condition d'obtention.....	49
VI.2.2. Ombre et pénombre .....	50
VI.2.3. Cas où le sommet du cône d'ombre est entre la lune et la terre : éclipse annulaire de soleil .....	51
VI.2.4. Cas où le sommet du cône d'ombre est à l'intérieur de la terre ou à la surface de la terre : éclipse totale de soleil .....	53
VI.2.5. Éclipse de soleil hybride.....	54
VI.2.6. Zones d'observations d'une éclipse de soleil.....	54
VI.2.7. Les deux conditions nécessaires à l'existence d'une éclipse de soleil.....	57
VI.2.8. Durées de visibilité des éclipses de soleil.....	59
VI.2.8.a) Durée de visibilité pour un observateur fixe.....	59
VI.2.8.b) Durée de visibilité à la surface de la terre.....	61
VI.2.9. Périodicité des éclipses de soleil ; le saros.....	62

## Partie I : Quel référentiel choisir pour un planétaire ?

Pour comprendre l'importance de cette question, partons d'une situation simple facile à imaginer : un cycliste roule à vitesse constante en ligne droite et intéressons-nous au mouvement d'un point à la périphérie d'une roue (point au plus près de la valve par exemple). Quel est le mouvement de ce point ? Deux (au moins) points de vue sont possibles.

Première description : celle du cycliste regardant sa roue : le point est animé d'un mouvement circulaire à vitesse constante autour de l'axe de la roue. Ce mouvement est alors décrit par rapport à un solide de référence : ici le cadre du vélo. Ce solide de référence est appelé « référentiel du mouvement ».

*Remarque : se pencher pour regarder la roue n'est pas très commode ; on peut aussi se demander ce qu'enregistrerait une webcam fixée au vélo par une perche de façon à rester dans l'axe de la roue...*

Deuxième description : celle faite par un spectateur immobile par rapport à la terre, regardant le cycliste passer. Le référentiel est cette fois-ci la terre. Le mouvement est alors beaucoup plus complexe : la trajectoire est une courbe appelée cycloïde. La figure du schéma n° 1 représente les positions successives tous les centièmes de seconde d'un point à la périphérie d'une roue de 0,70m de rayon lorsque le vélo se déplace par rapport à la terre à la vitesse de 36km/h (10m/s).

*Remarque : cette fois-ci, la webcam serait fixée au bord de la route et filmerait la roue passant devant elle...*

Cet exemple montre clairement que, selon que l'on choisit un référentiel ou un autre, la description du mouvement peut être radicalement différente.

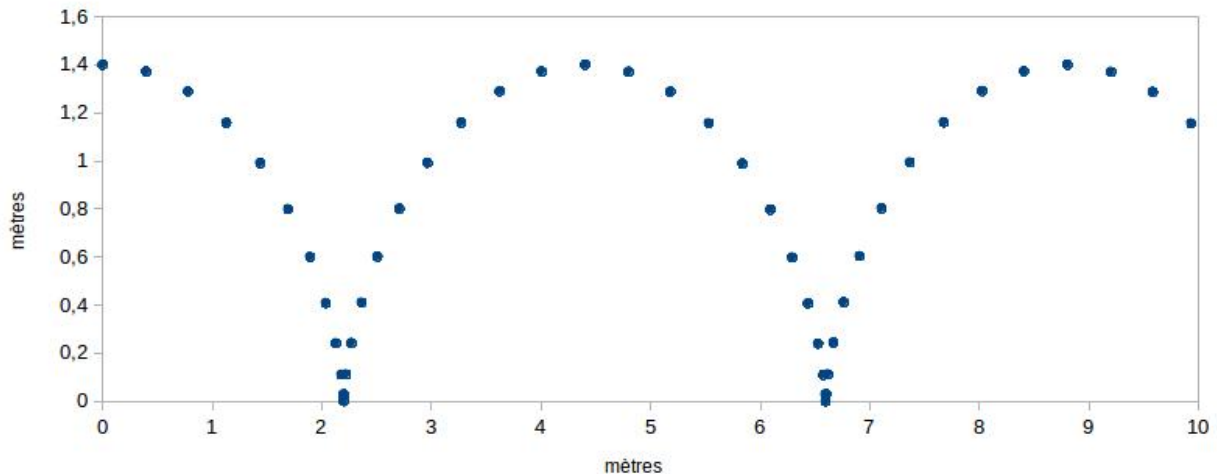


schéma n° 1

Revenons maintenant à l'astronomie et plus précisément au système solaire.

### I.1. Choix d'un référentiel héliocentrique ?

C'est le point de vue qu'adopterait un observateur (évidemment fictif...) placé au centre du soleil face à une étoile suffisamment éloignée pour être considérée comme fixe. Pour faciliter la description ultérieure des mouvements des planètes, on associe au référentiel héliocentrique un repère dit « repère héliocentrique ». L'origine de ce repère est le centre du soleil, ses trois axes pointent vers trois étoiles suffisamment éloignées pour être considérées comme fixes.

*Remarque : si cette idée « d'étoiles suffisamment éloignées pour être considérées comme fixes » vous intrigue, imaginez la situation simple suivante : vous êtes au bord de la mer et regardez un bateau à l'horizon. Le bateau semble immobile et pourtant il se déplace à la surface de l'eau à une vitesse de quelques dizaines de kilomètres par heure. Alors bien sûr : les étoiles se déplacent par rapport au système solaire à des vitesses bien supérieures à celle du bateau mais elles sont tellement plus éloignées : au moins quarante mille milliards de kilomètres soit au moins 267000 fois la distance moyenne terre-soleil !*

Le mouvement des principales planètes du système solaire dans ce référentiel a été bien décrit par Képler au début du XVII<sup>ème</sup> siècle puis étudié théoriquement par Newton à la fin du même siècle. Le centre de chaque planète décrit un mouvement plan, tous ces plans ayant un point commun : le centre du soleil. Le plan particulier contenant le centre du soleil et la trajectoire de la terre est appelé « **plan de l'écliptique** ». En réalité, les plans des trajectoires des autres planètes sont très peu inclinés par rapport au plan de l'écliptique (au maximum 7° pour Mercure ; 1,8° pour Mars). Les trajectoires sont des ellipses de très faibles excentricités admettant le centre du soleil comme foyer. Dans ces conditions, on considère souvent, de façon un peu simplifiée, que tous les centres des planètes décrivent des cercles concentriques et coplanaires autour du centre du soleil de rayons différents. On appelle « **année sidérale** » pour une planète la période du mouvement de son centre, c'est à dire la durée nécessaire pour effectuer un tour complet, la mesure étant effectuée dans ce repère héliocentrique. Ainsi une année sidérale terrestre vaut 365,256363004 jours alors qu'une année sidérale de mars vaut environ 687 jours.

Remarque 1 : des animations du système solaire ainsi que des informations complémentaires sont disponibles sur le site du CNES : <http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/7626-le-systeme-solaire-en-version-interactive.php>

Remarque 2 : pour plus de précisions sur les ellipses et leurs excentricités : voir [annexe n°1](#).

On voit que le référentiel héliocentrique serait bien adapté à un planétaire présentant les mouvements des différentes planètes mais les mouvements des satellites de ces planètes seraient difficiles à reproduire mécaniquement (cas de la lune par exemple) ...

## 1.2. Choix d'un référentiel géocentrique ?

C'est le point de vue qu'adopterait un observateur (évidemment fictif...) placé au centre de la terre face à une étoile suffisamment éloignée pour être considérée comme fixe.

Comme pour le référentiel héliocentrique, on associe à ce référentiel un « repère géocentrique » dont l'origine est le centre de la terre et dont les trois axes pointent vers trois étoiles fixes. Ainsi le repère géocentrique et le référentiel héliocentrique tournent l'un par rapport à l'autre, les différents axes gardant des directions fixes. Un mathématicien dirait que les deux repères sont en translation elliptique l'un par rapport à l'autre...

Pour un observateur géocentrique, c'est bien sûr le soleil qui tourne autour de la terre ! Dans le repère géocentrique, le centre S du soleil décrit dans le plan de l'écliptique une ellipse de faible excentricité identique à celle obtenue dans le repère héliocentrique. La durée d'un tour est la même : une année sidérale.

Remarque : cette affirmation est démontrée en [annexe n°2](#).

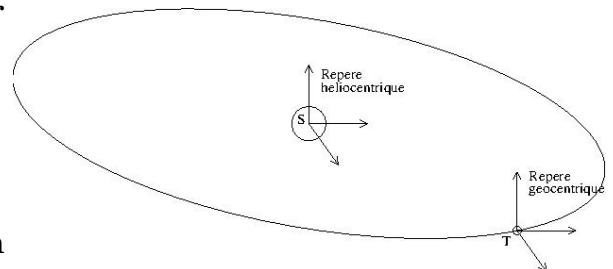


schéma n° 2

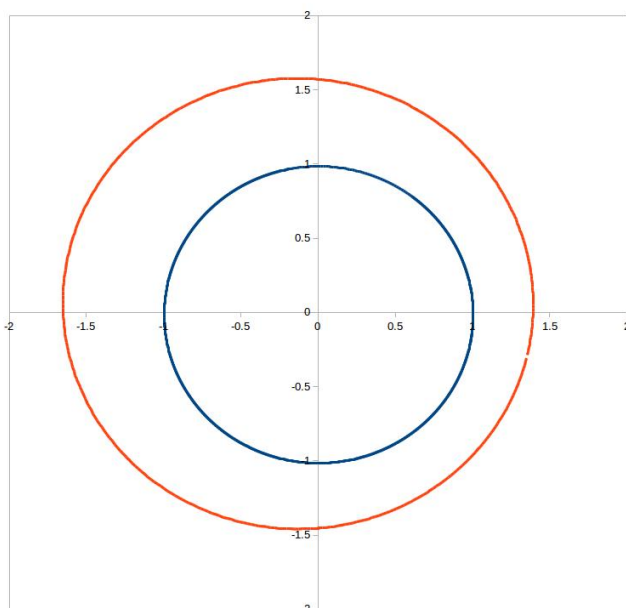


schéma n° 3

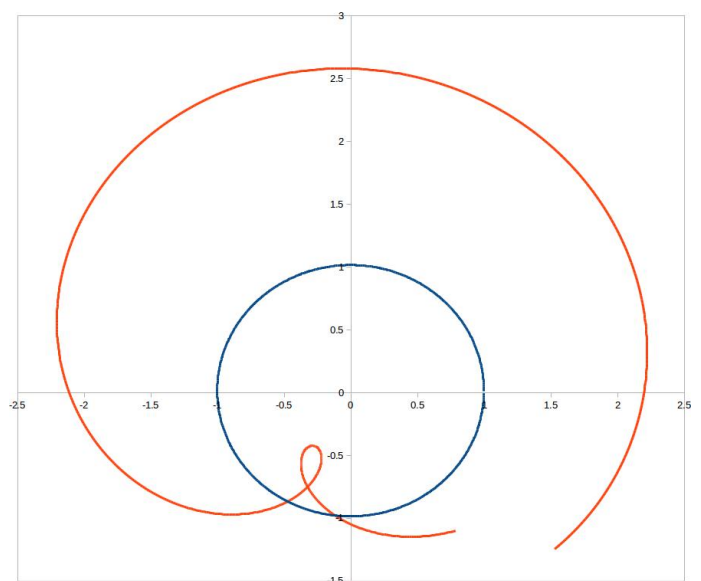


schéma n° 4

En revanche les trajectoires des centres des autres planètes dans le repère géocentrique sont assez complexes. Le schéma n° 3 représente dans le repère héliocentrique les trajectoires des centres de la terre (en bleu) et de mars (en rouge) sur une durée d'une année sidérale de la planète mars à partir du 1 janvier 2015. Le schéma n° 4 représente dans le repère géocentrique les trajectoires des centres du soleil (en bleu) et de mars (en rouge) sur la même durée. Les axes sont gradués en unités astronomique (une unité astronomique représente environ 150 millions de kilomètres). La figure de gauche illustre les propos tenus précédemment sur la vision héliocentrique des planètes. La figure de droite montre la trajectoire quasi circulaire du soleil mais aussi la complexité de la trajectoire de mars : celle-ci n'est pas fermée, on ne peut plus parler de mouvement périodique. On observe en mai-juin 2016 un phénomène curieux : au lieu de tourner régulièrement dans le même sens que le soleil, mars semble repartir en arrière tout en se rapprochant fortement de la terre pour reprendre ensuite une trajectoire régulière : on parle de « rétrogradation » de mars.

Dans ces conditions, réaliser un planétaire représentant les différentes planètes et le soleil du point de vue géocentrique serait tout à fait impossible. Cependant, le planétaire cherche à visualiser les positions relatives de trois astres seulement : la terre, le soleil et la lune. Nous venons de le voir : le mouvement du soleil dans le repère géocentrique est simple ; nous le verrons bientôt : le mouvement de la lune est un peu plus compliqué à simuler dans le repère géocentrique mais beaucoup moins qu'il ne le serait dans le repère héliocentrique. La conclusion s'impose : **le planétaire adopte le point de vue géocentrique.**

Dans ce repère géocentrique, le centre de la terre est fixe mais la terre n'est pas immobile pour autant : **elle tourne sur elle-même autour de l'axe de ses pôles à raison d'un tour par jour stellaire.**

Un jour stellaire a pour durée : 23h56min4,1s. Nous verrons bientôt l'explication de la différence entre le jour stellaire et le jour de 24h. Au cours du temps, l'axe des pôles garde une direction inclinée d'un angle  $\epsilon = 23^{\circ}26'$  par rapport à la perpendiculaire au plan de l'écliptique. **Cet angle  $\epsilon$  est appelé obliquité de l'écliptique.**

Un jour stellaire a pour durée : 23h56min4,1s. Nous verrons bientôt l'explication de la différence entre le jour stellaire et le jour de 24h. Au cours du temps, l'axe des pôles garde une direction inclinée d'un angle  $\epsilon = 23^{\circ}26'$  par rapport à la perpendiculaire au plan de l'écliptique. **Cet angle  $\epsilon$  est appelé obliquité de l'écliptique.**

*Remarque 1 : de nombreux sites proposent des animations réussies des mouvements de mars, de la terre et du soleil dans les référentiels héliocentrique et géocentrique ; par exemple :*

<http://www.jf-noblet.fr/mouve2/planetes.htm>

*Remarque 2 : le fait que la direction de l'axe des pôles reste pratiquement fixe sur une année est responsable du phénomène des saisons. Le très lent mouvement de cet axe sera décrit dans la partie II. Pour plus de précisions on peut consulter le site suivant :*

<http://philippe.boeuf.pagesperso-orange.fr/robert/astronomie/saisons.htm>

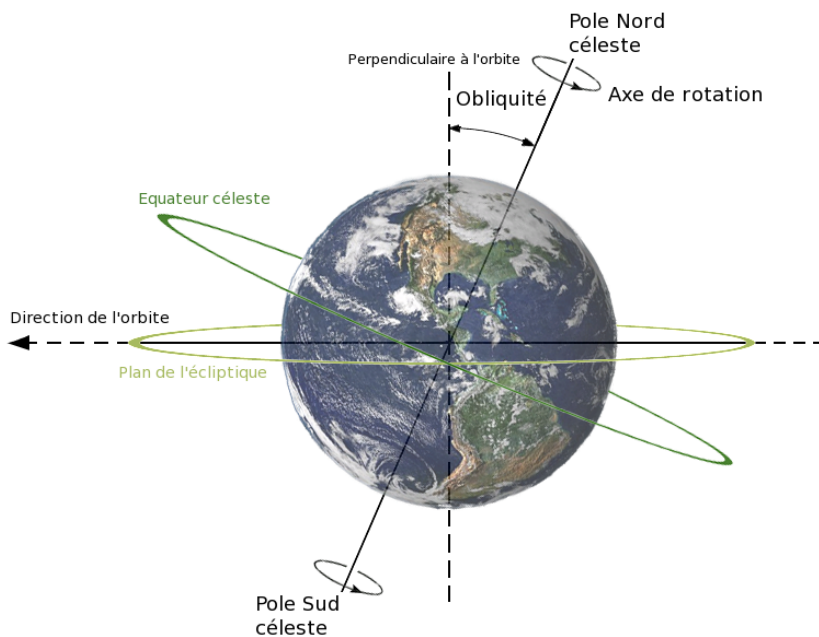


schéma n° 5

Remarque 3 : on confond souvent jour stellaire et jour sidéral ; il est vrai que la différence entre leurs durées n'est que de 8,37 millièmes de seconde ! Nous expliquerons cela dans la partie IV.

### 1.3. Choix d'un référentiel terrestre ?

C'est le point de vue le plus familier : celui d'un observateur (bien réel celui-là !) immobile à la surface de la terre et regardant le ciel. Compte tenu de la rotation de la terre autour de l'axe des pôles et d'une obliquité non nulle, les mouvements de la lune et du soleil dans ce référentiel sont extrêmement compliqués : pas question de construire un planétaire dans ce référentiel. Cependant, pour des raisons autant historiques que pratiques, **l'heure est définie à partir du mouvement du soleil dans ce référentiel** et le planétaire doit aussi faire office d'horloge ; la différence entre les durées sidérales (mesures dans le repère géocentrique) et les durées terrestres (mesures dans un repère terrestre) est source de bien des difficultés théoriques et de bien des engrenages dans un planétaire ! C'est ce que nous allons voir dans la suite !

Remarque : l'annexe n° 4 apporte quelques précisions sur les choix des engrenages à utiliser.

## Partie II : Comment repérer un astre dans le ciel ?

Dès que les distances entre un observateur et les objets qu'il regarde deviennent très supérieures à l'écartement de ses deux yeux ( ce qui est évidemment le cas pour l'observation des astres ), le sens du relief est perdu : impossible, en regardant deux astres, de dire lequel est le plus éloigné ; on peut seulement ( à l'aide d'une lunette astronomique par exemple) définir leurs directions respectives. Puisque les distances importent peu pour la suite de notre étude, nous allons définir la **sphère céleste** de la façon suivante : c'est une **sphère de rayon arbitraire ayant pour centre le centre de la terre ; elle est fixe dans le repère géocentrique**. Tout astre autre que la terre est représenté sur cette sphère par un point qui est l'intersection de la sphère céleste avec la droite passant par le centre de la terre et le centre de l'astre considéré. Les étoiles, considérées comme très éloignées du système solaire, y sont représentées par des points fixes.

L'intersection de la sphère avec le plan de l'écliptique est un cercle appelé **écliptique**. Il est fixe sur la sphère céleste. Le point N : intersection de la sphère céleste avec la perpendiculaire au plan de l'écliptique est donc fixe. Le point représentant le soleil sur la sphère céleste se déplace sur l'écliptique dans le sens direct indiqué par la flèche sur la figure. Les intersections de l'axe des pôles avec la sphère céleste sont

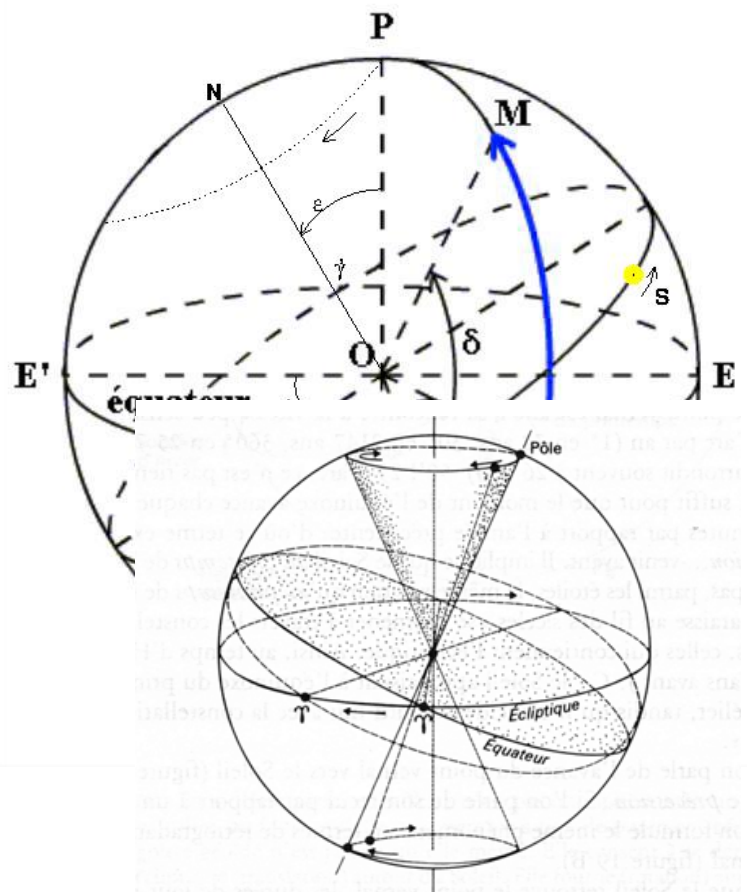


schéma n° 7

les deux pôles célestes nord et sud notés respectivement P et P' sur la figure du schéma n° 6. L'intersection de la sphère céleste avec le plan passant par le centre O de la terre et perpendiculaire à l'axe des pôles constitue l'équateur céleste. L'angle entre le plan de l'équateur et le plan de l'écliptique est l'obliquité  $\varepsilon$  déjà défini, c'est aussi l'angle entre les droites (OP) et (ON). L'écliptique coupe l'équateur céleste en deux points diamétralement opposés notés  $\gamma$  et  $\gamma'$ . L'instant où le soleil passe par  $\gamma$  **correspond à l'équinoxe de printemps. Le point  $\gamma$  est appelé point vernal.** Le passage du soleil au point  $\gamma'$  correspond à l'équinoxe d'automne.

*Remarque 1 : la position du point vernal étant connu, la position sur la sphère céleste d'un astre quelconque M peut se repérer par deux mesures d'angles appelées **coordonnées équatoriales de M** : l'angle  $\alpha$  appelée **ascension droite** et l'angle  $\delta$  appelé **déclinaison**. (voir schéma n° 6)*

*Remarque 2 : la direction de l'axe des pôles n'est en réalité pas tout à fait fixe dans le repère géocentrique. Par effet gyroscopique, un peu comme l'axe d'une toupie en rotation, l'axe des pôles (OP) tourne autour de la perpendiculaire (ON) à l'écliptique en gardant avec elle l'angle  $\varepsilon$  fixe. Ce mouvement est une **précession**. Sur la sphère céleste, le point P tourne autour du point N à vitesse constante, dans le sens rétrograde (sens inverse au sens de déplacement du soleil sur l'écliptique) effectuant un tour en un peu moins de 26000 ans. Ce mouvement est donc très lent mais il a néanmoins des conséquences pratiques, on parle de **précession des équinoxes**. Le plan de l'équateur restant constamment perpendiculaire à (OP), son orientation par rapport à l'écliptique se modifie, entraînant un lent mouvement de rotation du point vernal dans le sens rétrograde : 50'' par an environ (voir schéma n° 7).*

*Remarque 3 : la théorie de l'effet gyroscopique est étudiée en 2<sup>ème</sup> ou 3<sup>ème</sup> année d'études scientifiques après le baccalauréat. Nous ne l'abordons pas ici. Une étude théorique et une animation sont proposées à l'adresse suivante :*

[http://gilbert.gastebois.pagesperso-orange.fr/java/gyroscope/theorie\\_gyroscope.htm](http://gilbert.gastebois.pagesperso-orange.fr/java/gyroscope/theorie_gyroscope.htm)

*Remarque 4 : en réalité, l'obliquité  $\varepsilon$  n'est pas tout à fait fixe. Cette valeur oscille autour de la valeur moyenne (23°26') avec une amplitude extrêmement faible (17,2'') et une période de 18,6 ans. Ce phénomène appelé **nutacion** est négligé tant dans cette étude que lors de la construction de planétaire.*

### Partie III : jour sidéral et jour solaire.

*Pour construire un calendrier, c'est-à-dire attribuer une date à chaque instant, il faut deux choses :*

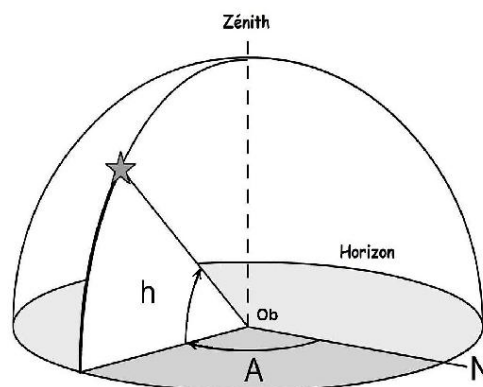
*\* définir une unité de temps par référence à un phénomène périodique ;*

*\* choisir un instant particulier auquel on attribue arbitrairement une date.*

*Comme le montre la diversité des systèmes de calendriers à travers le monde, de nombreux choix sont possibles. Nous nous limitons au système utilisé en France.*

Pour des raisons historiques et pratiques, le phénomène retenu est le mouvement du soleil par rapport à la terre.

Pour repérer la position locale du soleil, il faut commencer par définir un système de coordonnées locales adapté : **le système de coordonnées horizontales**. Soit un point d'observation (noté Ob) à la surface de la terre. La verticale du lieu rencontre la sphère céleste en un point nommé zénith. Le



**schéma n° 8**



plan horizontal passant par le point Ob est le plan de l'horizon céleste. Vue du point Ob, la position du centre du soleil peut être définie par deux angles :

\* **la hauteur h** sur l'horizon : angle entre le plan de l'horizon et la droite passant par Ob et le centre du soleil ; ainsi  $h=90^\circ$  correspond au soleil au zénith,  $h = 0^\circ$  correspond au soleil à l'horizon ;

\* **l'azimut A** est l'angle entre le plan vertical contenant le centre du soleil et le point Ob et la direction du nord géographique. Ainsi l'est géographique correspond à  $A = 90^\circ$ , le sud géographique à  $A = 180^\circ$ ... (voir schéma n° 8).

*Remarque : il existe une relation simple entre la hauteur h sur l'horizon et la déclinaison  $\delta$  définie schéma n° 6. Faisons un nouveau schéma (schéma n° 9) avec pour plan de figure le plan méridien contenant l'axe des pôles et le centre M d'un astre observé. On fait apparaître la latitude L : angle entre la droite (O m) et la droite (O Ob). On trace la parallèle à la droite (O m) passant par l'observateur Ob (notée (Ob X)). On retrouve la latitude comme angle entre cette droite et la verticale locale. L'angle L' visualisé sur le schéma représente la différence ( $h - \delta$ ). L'angle entre l'horizontale et la verticale vaut  $90^\circ$  mais aussi la somme ( $L + L'$ ). Cela permet d'écrire les relations :*

$$L + h - \delta = 90^\circ \text{ ou : } \delta = L + h - 90$$

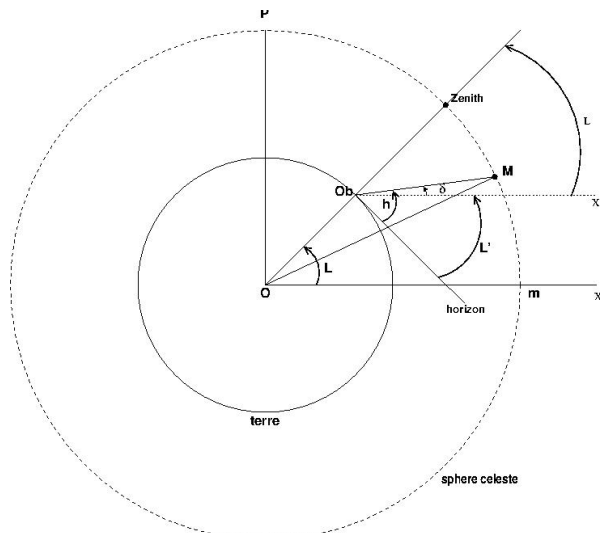


schéma n° 9

### III.1. Définition du jour solaire.

Par convention, **il est midi solaire en un point de la terre lorsque le soleil y culmine**, c'est à dire est le plus haut sur l'horizon le jour considéré. Le soleil indique alors le sud géographique, son azimut vaut  $180^\circ$ . Il est donc midi solaire au même instant pour tous les points d'un même méridien. La date dépend donc de la longitude du lieu, d'où la nécessité de choisir un méridien de référence : par convention celui passant par l'observatoire de Greenwich près de Londres. Par convention, **un jour solaire représente la durée entre deux culminations successives du soleil en un même lieu à la surface de la terre.**

### III.2. Jour solaire vrai et jour solaire moyen.

On dit fréquemment en France que le temps légal a une heure d'avance sur le soleil (sauf l'été où cette avance est de 2h), autrement dit, qu'il est midi solaire à 13h légale (ou 14h l'été) . Est-ce rigoureusement exact ? Pour répondre à la question, un observateur placé sur le méridien de Greenwich peut photographier le soleil à « midi solaire » un grand nombre de jours de l'année et superposer les photos.

*Remarque : midi solaire à Greenwich correspond à 12h l'hiver et à 13h l'été car les Anglais , sauf l'été, « marchent à l'heure solaire anglaise » et les Français à l'heure solaire*



allemande...) De nombreux sites internet publie le résultat ; par exemple :

<http://www.astrosurf.com/luxorion/analemme.htm>.

Quelques commentaires sur cette photographie :

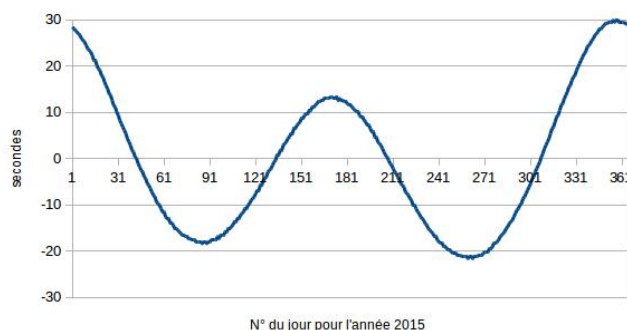
\* La hauteur du soleil sur l'horizon varie fortement suivant la saison ; cela s'explique par l'inclinaison de l'axe des pôles par rapport au plan de l'écliptique. La hauteur est maximale au solstice d'été (aux environs du 21 juin) et minimale au solstice d'hiver (aux environs du 21 décembre).

\* Sur la photo, la direction sud est matérialisée par l'antenne de télévision. Si le jour solaire avait une durée fixe de 24h, le soleil serait toujours au sud à 12h pour un observateur situé sur le méridien de Greenwich. Sur la photo toutes les images du soleil seraient alignées sur une verticale. **La durée du jour solaire varie donc en fonction de la saison.** Cependant, des mesures sur de longues périodes (plusieurs dizaines d'années) ont montré que la valeur moyenne de cette durée est stable. Cela permet de définir les unités de durée :

**Par convention, la durée moyenne du jour solaire vaut 24h soit  $24 \times 60 = 1440$  min soit  $1440 \times 60 = 86400$  s.**

Précision : la courbe du schéma n° 10 représente les différences entre les durées de chacun des 365 jours solaires de l'année 2015 et 24h. Les écarts restent toujours faibles : un rallongement maximum d'environ 30s au début de l'hiver et un raccourcissement maximum d'environ 22s au début de l'automne. Cependant les écarts se cumulent au fil des jours et l'écart entre 12h (heure d'hiver à Greenwich) et midi solaire vrai (toujours à Greenwich) peut prendre des valeurs nettement plus importantes. Ainsi le soleil est en avance d'environ 16,5min sur le temps moyen début novembre (position à droite de l'antenne sur la photo) et en retard d'environ 14min vers le 11 février (position à gauche de l'antenne sur la photo). La photo n'étant pas très précise, nous reproduisons ci-dessous l'ensemble des positions successives du centre du soleil sur la sphère céleste, vue d'un observateur situé à Greenwich à midi solaire moyen soit 12h (ou 13h l'été), au cours de l'année 2015. L'ensemble des positions successives forme une courbe appelée **analemme**. La courbe du schéma n° 11 représente l'analemme telle qu'elle peut être déterminée expérimentalement : mesures des azimuts (en degrés) portées sur l'axe horizontal, mesures des hauteurs (en degrés) portées sur l'axe vertical. La courbe de droite correspond aux mêmes mesures mais les grandeurs portées sur les axes dont modifiées :

\* Pour rendre l'analemme indépendant de la latitude, on porte sur l'axe vertical les déclinaisons en utilisant la formule déjà démontrée :  $\delta = L + h - 90$ . Sachant que la latitude de l'observatoire de Greenwich est :  $L = 51,477^\circ$ , on obtient :  $\delta = h - 38,523^\circ$ .



**schéma n° 10**

\* On sait que la terre tourne d'un tour, soit  $360^\circ$ , par rapport au soleil en environ 24h soit 1440min (à une demie minute près suivant les jours...) ; elle tourne donc par rapport au soleil d'un degré toutes les 4min. En multipliant par 4min les différences entre les azimuts mesurés en degrés et  $180^\circ$ , nous obtenons les écarts entre l'heure solaire vraie et l'heure solaire moyenne. Ainsi, un azimut de  $179^\circ$  à 12h (heure d'hiver), signifie que midi solaire correspond à 12h4min plutôt qu'à midi solaire moyen (12h) ; un azimut de  $182^\circ$  à 12h correspond à midi solaire obtenu à 11h52min...

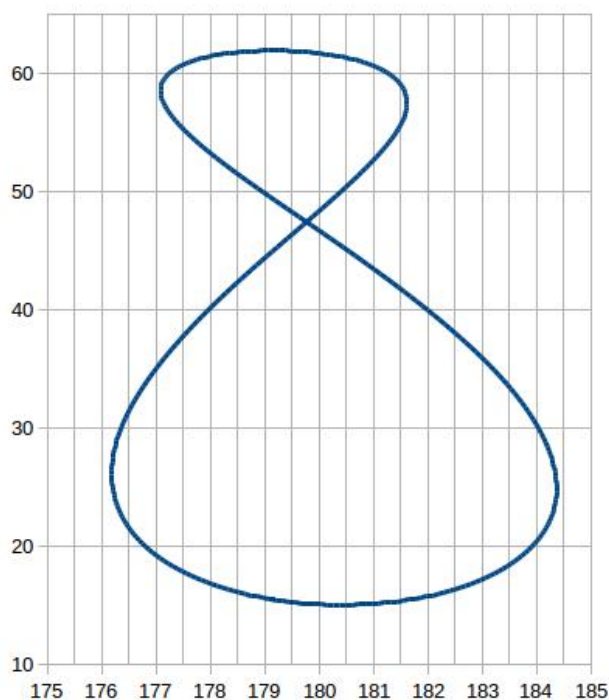


schéma n° 11

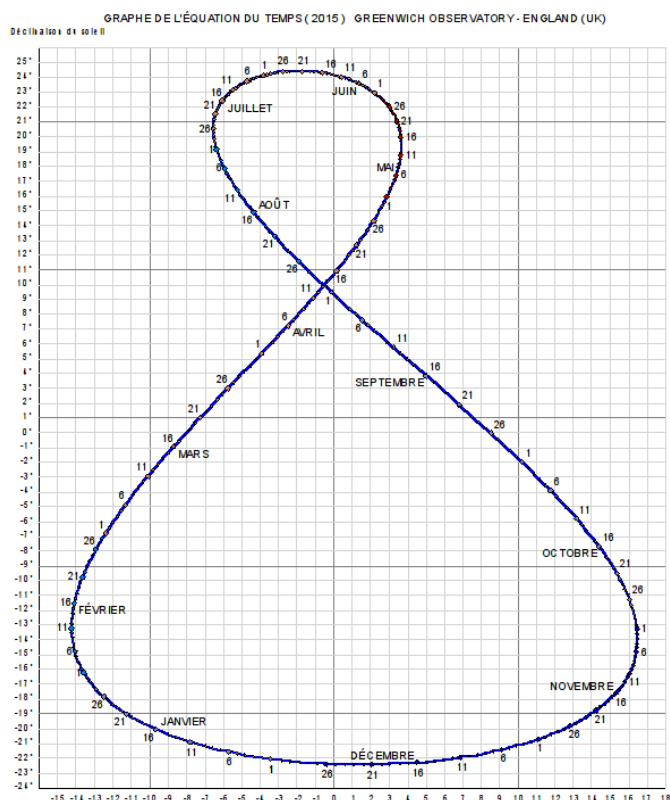


schéma n° 12

Remarque 1 : cette différence entre l'heure solaire vraie et l'heure solaire moyenne est appelée « équation du temps » ; elle peut être déduite du schéma n°12. Elle est l'objet de l'annexe n° 3. On pourra aussi consulter le site : [http://freveille.free.fr/Equation\\_du\\_temps.html](http://freveille.free.fr/Equation_du_temps.html)

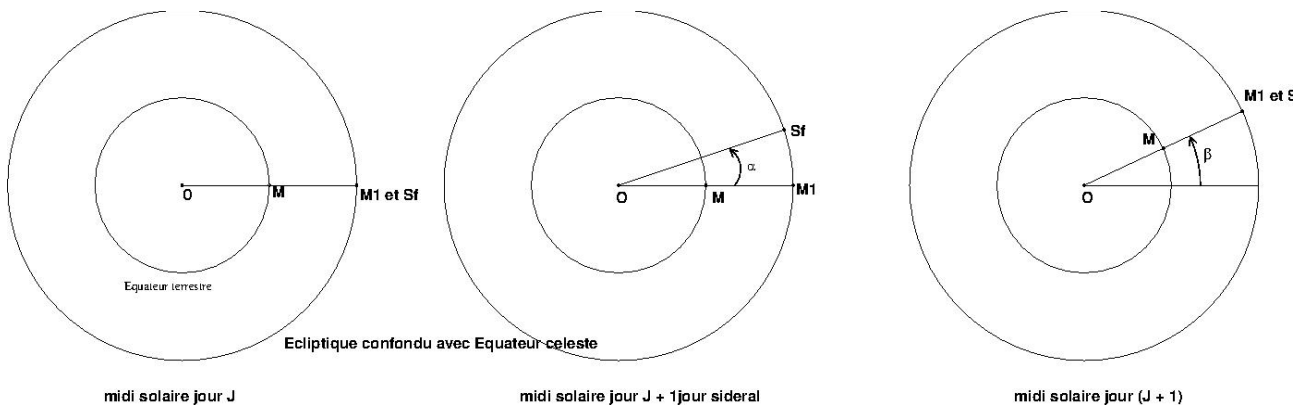
Remarque 2 : par la suite, le mot « jour », sans autre précision, désignera toujours le jour solaire moyen soit 24h.

### III.3. Jour solaire moyen et jour stellaire.

Les variations de durée du jour solaire ont deux causes qui seront détaillées en [annexe n° 3](#) :

- \* une première cause connue depuis l'antiquité : l'angle non nul entre le plan de l'équateur et le plan de l'écliptique ;
- \* une seconde connue depuis les observations de Képler : la trajectoire elliptique plutôt que circulaire du soleil dans le repère géocentrique. L'existence d'une excentricité non nulle implique de faibles variations de vitesse angulaire du soleil dans son mouvement sur l'écliptique.

Si ces deux causes n'existaient pas, le jour solaire vrai aurait une durée fixe au cours de l'année égale à sa valeur moyenne : 24h. Pour étudier la relation entre jour stellaire et jour solaire moyen, nous allons donc nous placer dans la situation  **fictive**  simple suivante en raisonnant dans le repère géocentrique : l'écliptique et l'équateur solaire sont deux cercles confondus (obliquité nulle). Sur ce cercle, le centre du soleil fictif (noté Sf) tourne à vitesse constante à raison d'un tour par année sidérale ( $Ast = 365,256363004$  jours). Nous avons montré que l'heure dépend de la longitude mais pas de la latitude. Nous allons donc nous intéresser à l'heure en un point de la surface de la terre situé sur l'équateur (noté M). Dans le repère géocentrique, ce point tourne à la vitesse d'un tour par jour stellaire. Montrons simplement qu'un jour stellaire correspond à un peu moins de 24h.



**schéma n° 13**

Sur le schéma n° 13, le plan de figure est le plan de l'équateur. O désigne le centre de la terre, M1 désigne le projeté de M sur l'équateur céleste. La figure de gauche représente la situation à midi solaire, un jour J quelconque : M1 et Sf sont deux points confondus. La figure centrale représente la situation un jour stellaire plus tard. M1 a effectué exactement un tour et occupe exactement la même position que sur la figure de gauche. Est-il midi solaire pour autant ? Non ! En effet, pendant que M1 tournait, le point Sf tournait aussi d'un petit angle (noté  $\alpha$ ) que nous pouvons calculer. Sachant que Sf tourne de un tour ( $360^\circ$ ) en une année sidérale soit  $24 \times 365,256363 = 8766,152712$  heures, en un jour stellaire soit  $23,934472$  heures, il tourne de :

$$\alpha = \frac{360 \cdot 23,934472}{8766,152712} = 0,982918^\circ .$$

Au bout d'un jour sidéral, le point M1 n'a pas tout à fait rattrapé le soleil fictif Sf. Pour obtenir midi solaire au jour (J+1), le point M1 doit tourner d'un angle supplémentaire noté  $\beta$ , angle un peu supérieur à  $\alpha$  puisque le soleil continue à tourner pendant que M1 tourne de l'angle  $\alpha$ . Conclusion : **le jour solaire moyen (24h) est donc un peu plus long que le jour stellaire. La durée d'un jour stellaire est donc un peu inférieure à 24h.**

*Remarque 1: il existe une relation entre  $A_s$ , la durée de l'année sidérale,  $J_{st}$  la durée d'un jour stellaire et  $J_m$  la durée du jour solaire moyen.*

*Dans le repère géocentrique, si  $A_s$  est mesurée en heures, la vitesse angulaire de Sf, mesurée en tour par heure est :*

$$\Omega_{Sf} = \frac{1}{As}$$

Dans ce même repère, la vitesse angulaire de M1, mesurée en tour par heure est :

$$\Omega_{M1} = \frac{1}{Jst}$$

La vitesse angulaire de M1 par rapport à Sf, fixée arbitrairement à 1/Jm tour par heure est aussi :

$$\Omega_{M1/Sf} = \Omega_{M1} - \Omega_{Sf}$$

On obtient donc par identification :

$$\frac{1}{Jm} = \frac{1}{Jst} - \frac{1}{As}$$

Soit encore :

$$Jst = \frac{Jm \cdot As}{Jm + As} \quad \text{or : } As = d \cdot Jm \quad \text{avec } d : \text{ nombre de jours de 24h par année sidérale } (d = 365,256363004) ;$$

$$\text{donc : } Jst = Jm \cdot \frac{d}{d+1} = 24 \cdot \frac{365,256363004}{366,256363004} = 23,934472 \text{ heures}$$

On retrouve bien la valeur mesurée admise actuellement : 23h56min4,1s. Le jour stellaire est donc plus court que le jour solaire moyen d'environ 4min .

*Remarque 2 : pour ceux que la notion de vitesse angulaire relative rebute, il existe une méthode plus simple, quoique un peu moins précise d'obtenir la valeur de Js. Reprenons le raisonnement accompagnant le schéma n° 13. L'angle  $\alpha$  est très faible et le soleil fictif Sf tourne beaucoup plus lentement que le point M1 (365 fois moins vite environ). Pendant que M1 tourne de l'angle  $\alpha$  , Sf tourne d'un angle tout à fait négligeable (moins de 1/365 degré). On peut donc considérer les angles  $\alpha$  et  $\beta$  comme pratiquement égaux. On peut ainsi considérer la différence (Jm – Jst) comme la durée que met M1 à tourner de l'angle  $\alpha$ . M1 tournant de 360° en un jour stellaire, on obtient :*

$$Jm - Jst = \frac{Jst \cdot \alpha}{360} = \frac{Jst \cdot 0,982918}{360}$$

$$\text{soit : } Jm = Jst \cdot \left(1 + \frac{0,982918}{360}\right) = \frac{Jst \cdot 360,982918}{360}$$

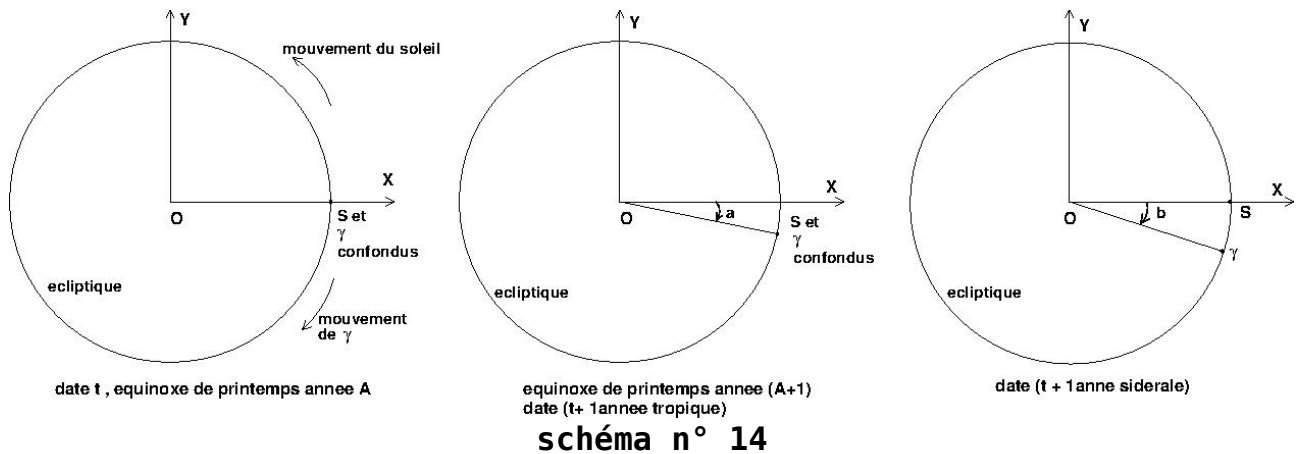
$$\text{d'où : } Jst = \frac{Jm \cdot 360}{360,982918} \quad \text{soit : } Jst = \frac{24 \cdot 360}{360,982918} = 23,934650 \text{ heures}$$

Cette valeur correspond à Jst=23h56min4,7s. La méthode approchée introduit une erreur de seulement 6 dixièmes de seconde. En pratique, si on ne désire pas une précision meilleure que la seconde par jour, on pourra utiliser cette méthode approchée.

## Partie IV : influence de la précession des équinoxes.

### IV.1 Année sidérale et année tropique

Pourrait-on définir l'année civile à partir de l'année sidérale ? Puisque l'année civile doit nécessairement correspondre à un nombre entier de jours de 24h, il faudrait pour cela, introduire judicieusement des années bissextiles de façon que la valeur moyenne de l'année civile soit la plus proche possible de l'année sidérale. Dans ce cas, le soleil retrouverait tous les ans à dates fixes exactement à même position par rapport aux étoiles ; cela conviendrait aux astrologues mais présenterait un grave inconvénient pratique.



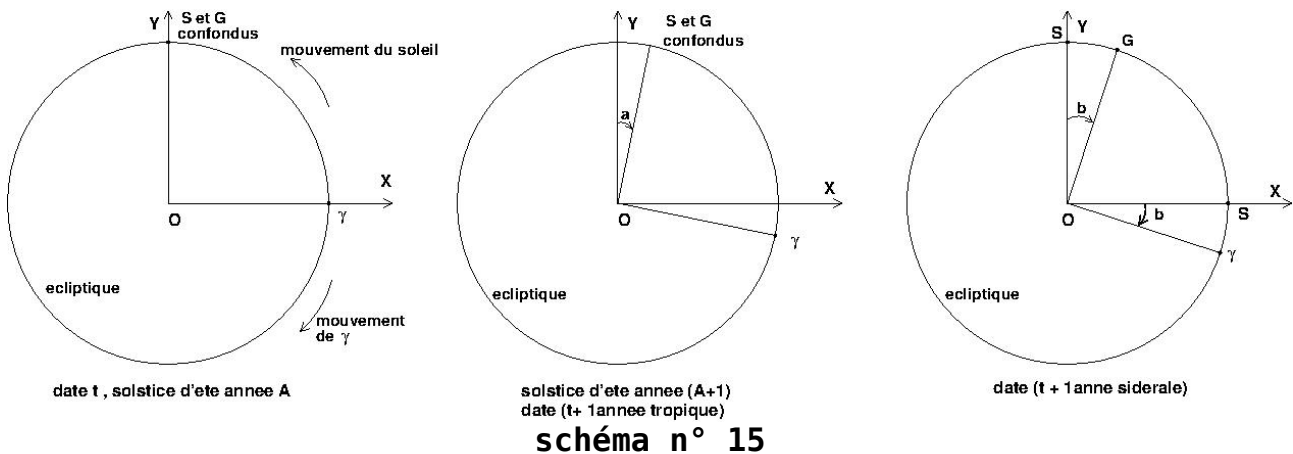
Considérons le schéma n° 14 ci-dessous où le plan de figure est celui de l'écliptique, le repère étant géocentrique (O : centre de la terre ; axe OX orienté vers une étoile fixe).

La situation de gauche correspond à l'équinoxe de printemps d'une année quelconque A (date t) : Le centre S du soleil et le point vernal  $\gamma$  sont confondus. Une année sidérale plus tard, on obtient la situation de la figure de droite : le point S a retrouvé la même position qu'à la date t. Sommes-nous à l'équinoxe de printemps pour autant ? Non ! Pendant que S tourne sur l'écliptique en sens direct, le phénomène de précession provoque une lente rotation du point  $\gamma$  en sens inverse. S rencontre  $\gamma$  un peu plus tôt : **la durée entre deux équinoxes de printemps successives est donc un peu inférieure à une année sidérale.**

Conséquence : si le calendrier était basé sur l'année sidérale, le début de chaque saison n'aurait pas lieu à date fixe. Cela serait très incommode sachant à quel point le rythme des saisons influence nos modes de vie (agriculture, loisirs, tourisme, vacances...). Pour régler le problème, on définit **l'année tropique vernale comme la durée séparant deux passages consécutifs du centre du soleil au point vernal**. Sur le schéma n° 14, a désigne l'angle dont tourne  $\gamma$  en une année tropique vernale et b désigne l'angle dont tourne  $\gamma$  en une année sidérale. L'écart de durée entre les deux durées est très faible et  $\gamma$  tourne très lentement : on peut confondre les deux angles avec une excellente approximation. Notons  $\Delta T$  la différence de durées entre une année sidérale et une année tropique vernale.  $\Delta T$  est la durée nécessaire à S pour tourner de l'angle b.

Avant tout calcul, quelques questions se posent : pourquoi privilégier le début du printemps ? Arriverait-on à la même durée de l'année tropique en raisonnant (par exemple) sur le solstice d'été ? Reprenons brièvement le raisonnement précédent en l'appliquant non plus au point  $\gamma$  mais à un point G de l'écliptique constamment décalé de  $90^\circ$  dans le sens direct. G tourne donc à la même vitesse que  $\gamma$  en sens rétrograde. Par analogie avec le cas précédent, on définit l'année tropique de solstice comme la durée entre deux passages consécutifs de S au point G. La différence  $\Delta T'$  entre l'année sidérale et l'année tropique de solstice est la durée nécessaire à S pour tourner de l'angle b. Pour affirmer :  $\Delta T = \Delta T'$ , l'angle b ayant même valeur dans les deux cas, il faudrait s'assurer que le soleil tourne à la même vitesse à l'équinoxe de printemps et au solstice d'été. Or, nous l'avons déjà évoqué : l'existence d'une excentricité non nulle de la trajectoire du soleil implique de faibles variations de sa vitesse dans son

mouvement sur l'écliptique. Nous avons donc  $\Delta T$  différent de  $\Delta T'$ . L'écart est de l'ordre du millier de seconde.



Pour tourner la difficulté, nous définissons **l'année tropique moyenne comme la durée qui séparerait deux passages consécutifs au point  $\gamma$  d'un soleil fictif tournant sur l'écliptique à vitesse constante d'un tour par année sidérale.**

Les mesures astronomiques récentes précises donnent :

durée de l'année sidérale :  $A_s = 365,256363004$  jours

durée moyenne de l'année tropique :  $A_t = 365,242190402$  jours.

L'écart entre les deux durées est :

$$\Delta T = 0,014172602 \text{ jours} = 24.60.0,014172602 = 20,408546880 \text{ min.}$$

*Remarque 1 : cet écart d'un peu plus de 20min par an peut paraître faible. En réalité les cumuls de ces retards sur de nombreuses années auraient des effets bien concrets. Si l'année civile était ajustée sur l'année sidérale, la date de chaque début de saison avancerait d'un jour tous les 71ans environ, d'un mois tous les deux millénaires environ : en 2014, l'été aurait commencé le 23mai et non le 21 juin !*

*Remarque 2 : des valeurs précédentes, il est possible de déduire la vitesse de rotation du point  $\gamma$ . Le raisonnement est très analogue à celui déjà fait à propos de la différence entre jour stellaire et jour solaire moyen. Dans le repère géocentrique, la vitesse angulaire de S, mesurée en tour par jour est :*

$$\Omega_s = \frac{1}{A_s}$$

*Dans ce même repère, la vitesse angulaire de  $\gamma$ , mesurée en tour par jour est :*

$$\Omega_\gamma = \frac{1}{A_\gamma}$$

*où  $A_\gamma$  représente la durée d'un tour de  $\gamma$  sur l'écliptique.*

*La vitesse angulaire de S par rapport à  $\gamma$ , mesurée en tour par jour est :*

$$\Omega_{s/\gamma} = \frac{1}{A_t} .$$

*Cette vitesse angulaire peut aussi s'écrire :*

$$\Omega_{s/\gamma} = \Omega_s + \Omega_\gamma .$$

*Attention au signe « + » : cette fois-ci, les points tournent en sens inverses. Par identification :*

$$\frac{1}{A_t} = \frac{1}{A_s} + \frac{1}{A_\gamma} .$$

*Soit encore :*

$$\frac{1}{A_y} = \frac{1}{A_t} - \frac{1}{A_s} ; A_y = \frac{A_t \cdot A_s}{A_s - A_t} ; \frac{A_y}{A_t} = \frac{A_s}{A_s - A_t} .$$

Application numérique :

$$\frac{A_y}{A_t} = \frac{365,256363004}{365,256363004 - 365,242190402} = 25772,00$$

Le point  $\gamma$  effectue ainsi un tour en 25772 années tropiques ; le mouvement de précession est extrêmement lent !

Remarque 3 : la durée de l'année sidérale, de peu d'importance pratique, est néanmoins très importante pour les astronomes ; par exemple : c'est de sa valeur que l'application des lois de Newton permet de déduire la masse du soleil.

## IV.2. Année civile : calendriers julien et grégorien.

La définition de l'année civile est soumise à deux contraintes :

\* pour des raisons pratiques, l'année civile doit posséder un nombre entier de jours solaires moyens.

\* sa durée moyenne doit être la plus proche possible de la durée de l'année tropique pour éviter le décalage des saisons.

Dès 46 avant notre ère, sur les conseils des astronomes de l'époque, Jules César imposa le calendrier qui porte son nom : **le calendrier julien**. Chaque année civile comporte 365 jours sauf les années multiples de 4 qui en comportent 366. L'année civile moyenne dure ainsi 365,25 jours. L'année tropique est un peu plus courte : l'écart de durée peut paraître faible (un peu plus de 11min par an) mais les cumuls à long terme ne sont pas négligeables ; avec ce calendrier le début de chaque saison avance d'un jour tous les 128 ans.

Ainsi, en 1582 de notre ère, l'équinoxe de printemps correspondait au 11mars au lieu du 21 mars. Le pape de l'époque (Grégoire XIII) imposa une réforme du calendrier en deux points, créant ainsi le **calendrier grégorien** :

1. Suppression de 10 jours du calendrier : les gens sont passés directement du jeudi 4 octobre 1582 minuit au vendredi 15 octobre 1582 0heure.

2. Modification de la fréquence des années bissextiles : les années multiples de 4 restent bissextiles sauf si elles sont aussi multiples de 100 ; **les années multiples de 100 ne restent bissextiles que si le nombre de siècle est aussi multiple de 4**. L'année 1900 n'était pas bissextile car 19 n'est pas divisible par 4 ; l'année 2000 était bissextile : 20 est divisible par 4. Ainsi, sur un cycle de 400ans, nous avons 97 années bissextiles au lieu de 100 dans le calendrier julien. La durée moyenne de **l'année grégorienne** est :

$$\frac{97 \cdot 366 + 303 \cdot 365}{400} = 365,2425 \text{ jours} .$$

L'écart de durée avec l'année tropique n'est plus que de 26,75secondes. Le décalage des saisons induit par cet écart n'est plus que de 1 jour tous les 3230 ans. Le calendrier grégorien est toujours en vigueur.

## IV.3. Jour stellaire et jour sidéral.

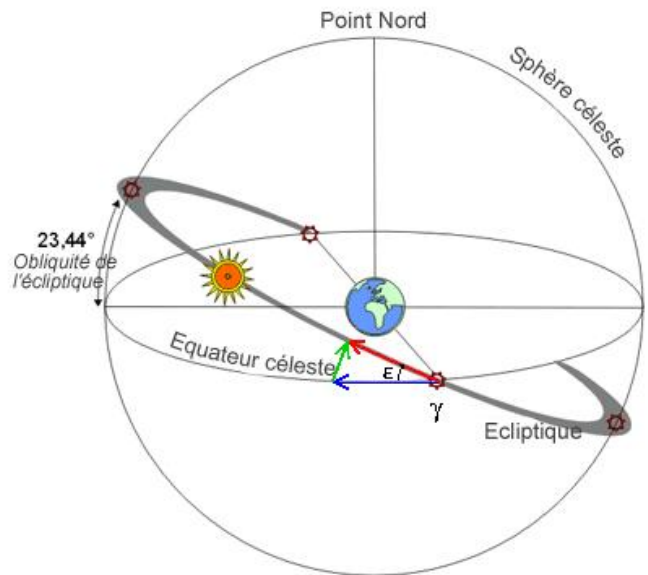
Le jour stellaire a déjà été défini comme la période de rotation de la terre autour de l'axe de ses pôles, la mesure étant effectuée dans le repère géocentrique ; c'est donc



la durée séparant deux intersections consécutives d'un même méridien avec un axe orienté vers une étoile suffisamment éloignée pour être considérée comme fixe. **Le jour sidéral est la durée séparant deux intersections consécutives d'un même méridien avec le point vernal.**

Soit  $J_{st}$  la durée d'un jour stellaire et  $J_{si}$  la durée d'un jour sidéral. L'écart entre ces deux durées à la même cause que l'écart entre année sidérale et année tropique : la précession des équinoxes.

Imaginons une date  $t$  où le projeté  $M_1$  sur la sphère céleste d'un point de l'équateur coïncide avec le point vernal  $\gamma$ . Pendant que  $M_1$  tourne dans le plan équatorial à la vitesse d'un tour par jour stellaire, le point  $\gamma$  tourne très lentement en sens inverse sur l'écliptique à la vitesse d'un tour tous les 25772 ans. Le point  $M_1$  effectuera donc un peu moins d'un tour avant de rencontrer le projeté sur l'équateur du point vernal. La rotation par jour de ce projeté est infime : Le jour sidéral est un peu plus court que le jour stellaire mais l'écart de durée est extrêmement faible. Pour calculer cet écart, une difficulté apparaît : Les points  $\gamma$  et  $M_1$  ne tournent pas dans le même plan. La vitesse de  $\gamma$  (visualisée par la flèche rouge sur le schéma n°16) a deux composantes : une composante orientée vers l'ouest (flèche bleue) et une composante orientée vers le nord (flèche verte). L'heure ne dépend pas de la latitude, elle n'est pas influencée par un déplacement vers le nord, donc seule la composante de la vitesse vers l'ouest est à prendre en compte ici. La trigonométrie dans l'espace est délicate à manipuler dans le cas général ; dans ce cas particulier, la composante vers l'ouest est simplement le produit de la vitesse de  $\gamma$  par le cosinus de l'obliquité. La suite du raisonnement est une simple adaptation de celui effectué pour la différence entre l'année tropique et l'année sidérale à partir du schéma 15.



**schéma n° 16**

La vitesse de  $\gamma$  (visualisée par la flèche rouge sur le schéma n°16) a deux composantes : une composante orientée vers l'ouest (flèche bleue) et une composante orientée vers le nord (flèche verte). L'heure ne dépend pas de la latitude, elle n'est pas influencée par un déplacement vers le nord, donc seule la composante de la vitesse vers l'ouest est à prendre en compte ici. La trigonométrie dans l'espace est délicate à manipuler dans le cas général ; dans ce cas particulier, la composante vers l'ouest est simplement le produit de la vitesse de  $\gamma$  par le cosinus de l'obliquité. La suite du raisonnement est une simple adaptation de celui effectué pour la différence entre l'année tropique et l'année sidérale à partir du schéma 15.

La vitesse de rotation de  $M_1$  dans le repère géocentrique est, mesurée en tour par heure :

$$\Omega_{M_1} = \frac{1}{J_{st}} \text{ avec } J_{st} = 23,93447192 \text{ heures.}$$

La vitesse du projeté de  $\gamma$  sur l'équateur mesurée en tour par heure est :

$$\Omega_{\gamma_1} = \frac{\cos(\epsilon)}{J_{\gamma}} \text{ où } J_{\gamma} \text{ représente la durée en heures d'un tour de point vernal.}$$

La vitesse de  $M_1$  par rapport au projeté de  $\gamma$  sur l'équateur est :

$$\Omega_{m_1/\gamma_1} = \Omega_{M_1} + \Omega_{\gamma_1} .$$

Par définition du jour sidéral, cette vitesse est aussi :

$$\Omega_{M_1/\gamma_1} = \frac{1}{J_{si}} \text{ avec } J_{si} \text{ exprimé en heures.}$$

Par identification, on obtient :

$$\frac{1}{J_{si}} = \frac{1}{J_{st}} + \frac{\cos(\varepsilon)}{J_y} \quad ; \text{d'où} : J_{si} = \frac{J_{st} \cdot J_y}{J_y + J_{st} \cdot \cos(\varepsilon)} .$$

La différence de durée est ainsi :

$$J_{st} - J_{si} = J_{st} \cdot \left( 1 - \frac{J_y}{J_y + J_{st} \cdot \cos(\varepsilon)} \right) = \frac{J_{st}^2 \cdot \cos(\varepsilon)}{J_y + J_{st} \cdot \cos(\varepsilon)} .$$

$\varepsilon = 23,44^\circ$  ;  $J_y = 25772 \times 365,242190402 \times 24$  heures ;  $J_{st} = 23,93447192$  heures. En multipliant par 3600 pour avoir le résultat en seconde, on obtient :

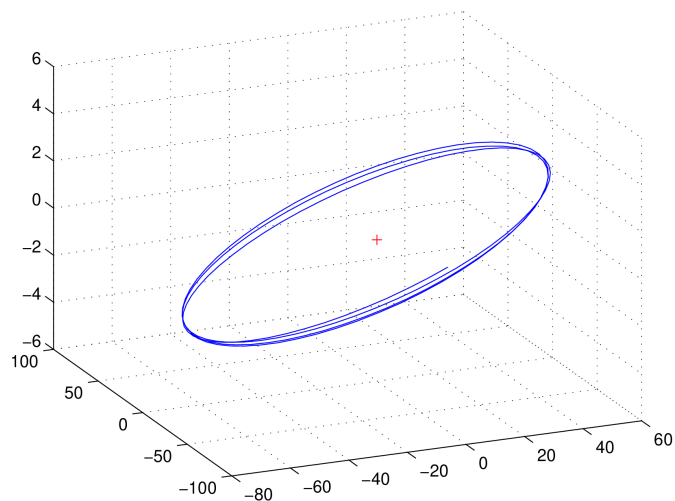
$$J_{st} - J_{si} = \frac{3600 \cdot 23,93447192^2 \cdot \cos(23,44^\circ)}{23,93447192 \cdot \cos(23,44^\circ) + 25772 \cdot 365,242190402 \cdot 24} = 0,00837 \text{ seconde}$$

**L'écart de durée n'est que de 8,37 millièmes de seconde !** Cet écart est souvent négligé, ce qui revient à confondre jour stellaire et jour sidéral.

## Partie V : mouvement de la lune.

### V.1 Complexité du mouvement.

Le schéma n° 17 ci-contre reproduit en 3D la trajectoire du centre de la lune dans un repère géocentrique pour les trois premiers mois de l'année 2015. Les coordonnées sont celles publiées par l'Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides (I.M.C.C.E.). Le centre de la terre correspond à la croix rouge. L'unité de distance est le rayon terrestre : 6378km. Le mouvement est complexe : **la trajectoire n'est pas fermée et n'est pas plane.** Un simple calcul d'ordres de grandeurs permet de comprendre. Depuis les travaux de Newton, on sait que l'action d'un astre attracteur sur le mouvement du centre d'un astre attiré est proportionnelle à  $(M/d^2)$  où  $M$  représente la masse de l'astre attracteur et  $d$  la distance entre les centres des deux astres.



**schéma n° 17**

Comparons d'abord les actions du soleil et de la lune sur la terre. La masse du soleil est d'environ  $2 \cdot 10^{30}$  kg (un 2 suivi de 30 zéros...), celle de la lune est d'environ  $7 \cdot 10^{22}$  kg. la distance soleil - terre est d'environ 150 millions de kilomètres, la distance moyenne terre - lune est d'environ 384000 km. La valeur de  $(M/d^2)$  est ainsi 178 fois plus élevée environ pour le soleil que pour la lune. On peut donc négliger l'influence de

la lune sur le mouvement du centre de la terre qui ainsi décrit une trajectoire elliptique fixe dans le référentiel héliocentrique.

La distance entre le centre du soleil et celui de la terre est environ 390 fois supérieure à la distance moyenne terre – lune. En grossière approximation, il est ainsi possible de considérer le champ gravitationnel créé par le soleil identique au niveau de la lune et de la terre. Cela permet d'étudier le mouvement de la lune par rapport à la terre, dans un repère géocentrique sans tenir compte de l'attraction gravitationnelle exercée par le soleil. (Les scientifiques qui liront ce texte pourront objecter qu'il faudrait rigoureusement faire l'étude du mouvement terre-lune dans un repère barycentrique, le centre du repère étant non le centre de la terre mais le centre d'inertie du système terre-lune. Cette étude est abordée dans l'annexe n° 6. Cependant, la masse de la terre étant très supérieure à celle de la lune, l'erreur introduite est faible)

Si on se limite à l'étude d'un seul tour de la lune autour de la terre, la trajectoire du centre de la lune s'apparente à une ellipse. **Nous allons donc d'abord étudier ce que serait le mouvement du centre de la lune sous la seule influence de la terre : un mouvement elliptique**, le centre de la terre étant un foyer de la trajectoire. **Ensuite, nous décrirons les déformations et déplacements de cette trajectoire elliptique sous l'influence du soleil.**

## V.2 Description simplifiée du mouvement de la lune dans le référentiel géocentrique ; mois anomalistique.

Le schéma n° 18 représente les variations sur deux ans (2015 et 2016) de la distance  $d$  entre le centre de la terre et le centre de la lune. L'unité est le rayon terrestre, soit 6378km.

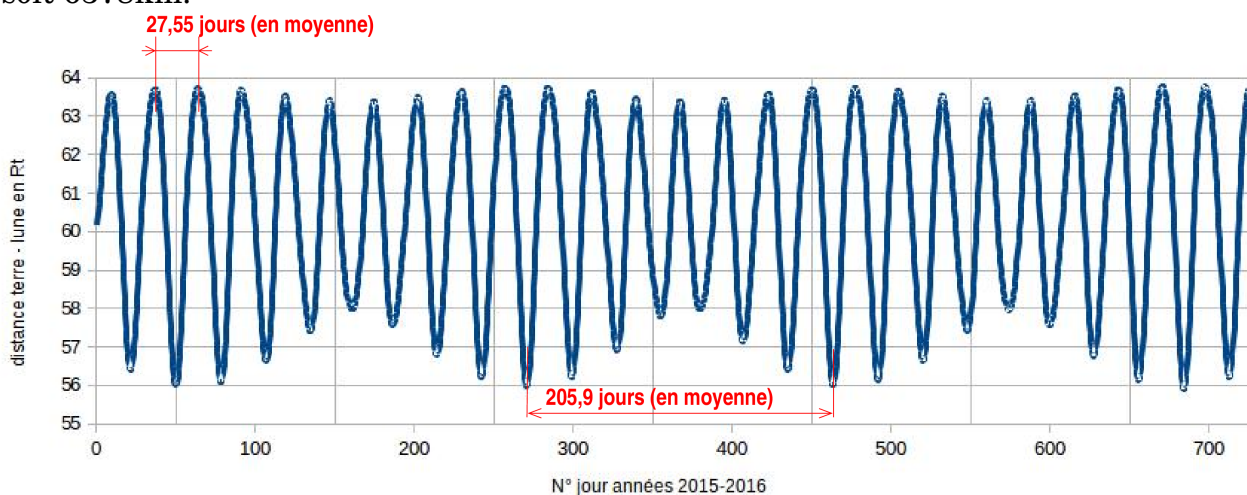


schéma n° 18

Comme prévu on observe une alternance régulière de maximums et de minimums : cela est en accord avec une trajectoire elliptique ; la lune passe à intervalles réguliers par son apogée (distance maximale à la terre) et par son périgée (distance minimale à la terre). **La durée entre deux passages consécutifs à l'apogée (ou au périgée) est appelé période anomalistique ou mois anomalistique.** L'étude précise de la courbe ci-dessus montre que cette durée varie

légèrement d'un mois à l'autre mais garde une valeur moyenne constante à long terme :

**Durée moyenne entre deux passages consécutifs à l'apogée :**

**un mois anomalistique = 27,5545 jours = 27j 23h 18' 33 " .**

Une complication apparaît : sous l'action de l'attraction exercée par le soleil sur la lune, l'ellipse se déforme. La distance à l'apogée subit de petites variations périodiques (période d'environ 205,9 jours) . La distance au périégée subit des variations un peu plus grandes de même période. Pour cette description simplifiée, nous allons adopter les valeurs moyennes :

distance moyenne à l'apogée :  $d_{max} = 63,45.Rt = 404694km$  ;

distance moyenne au périégée :  $d_{min} = 56,77.Rt = 362102km$ .

Les formules démontrées page 3 de l'annexe 1 permettent d'obtenir le demi-grand axe et l'excentricité moyennes de l'ellipse.

$$a = \frac{d_{max} + d_{min}}{2} ; \text{d'où : } a = 383398 \text{ km} ;$$

$$e = \frac{d_{max} - d_{min}}{2 \cdot a} ; \text{d'où : } e = 0,0555.$$

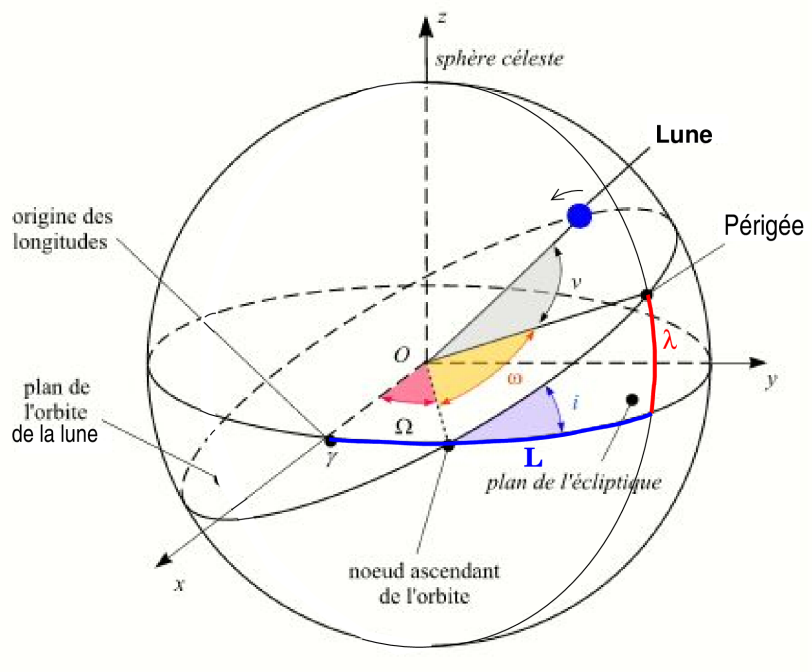
*Remarque : l'écart entre  $d_{max}$  et  $d_{min}$  est d'environ 11 % . Si assimiler la trajectoire de la terre autour du soleil à un cercle est une approximation acceptable (écart entre  $d_{max}$  et  $d_{min}$  de seulement 3,4%), cela n'est pas le cas pour la lune.*

### V.3 Orientation de la trajectoire dans l'espace.

Nous revenons à la sphère céleste déjà définie où O désigne le centre de la terre. Nous y plaçons l'écliptique (intersection avec la sphère solaire du plan de la trajectoire du centre du soleil) et le point vernal  $\gamma$ . Les angles sont mesurés à partir de l'axe (Ox) orienté de O vers  $\gamma$  . Les angles sont mesurés à partir de l'axe (Ox) orienté de O vers  $\gamma$  . En gardant le modèle simplifié précédent d'une trajectoire elliptique du centre de la lune, on trace sur la sphère céleste le cercle défini comme l'intersection de cette sphère avec le plan de l'ellipse.

Le projeté de l'apogée est un point diamétralement opposé sur la sphère céleste, il n'est pas représenté ici. La droite passant par le périégée, le centre de la terre et l'apogée correspond au grand axe de l'ellipse, on l'appelle **ligne des apsides**.

Le plan de l'ellipse est incliné par rapport à l'écliptique d'un angle **i** appelé **inclinaison** (i voisin de 5,15° soit nettement moins que l'obliquité  $\epsilon$  ). Par analogie avec les intersections de l'écliptique et de l'équateur céleste, on appelle nœuds les



**schéma n° 19**

intersections de l'écliptique avec le plan de l'ellipse. Seul le **nœud ascendant**, c'est à dire le point où le centre de la lune traverse l'écliptique dans le sens sud – nord est représenté. L'angle entre l'axe (Ox) et la droite passant par O et le nœud ascendant est noté  $\Omega$  ; il s'agit de la longitude écliptique de ce point.

La connaissance des angles  $i$  et  $\Omega$  permet d'orienter dans l'espace le plan de l'ellipse. Pour placer l'ellipse dans ce plan, il faut connaître son foyer - c'est le point O - et le projeté sur la sphère céleste du périégée. La connaissance de l'angle  $\omega$  appelé argument du périégée permet de placer ce projeté sur la sphère céleste (voir schéma n° 19). Une fois l'ellipse ainsi définie dans l'espace, il suffit pour positionner le projeté de la lune sur la sphère céleste de connaître **l'angle  $\nu$  l'anomalie vraie de la lune**.

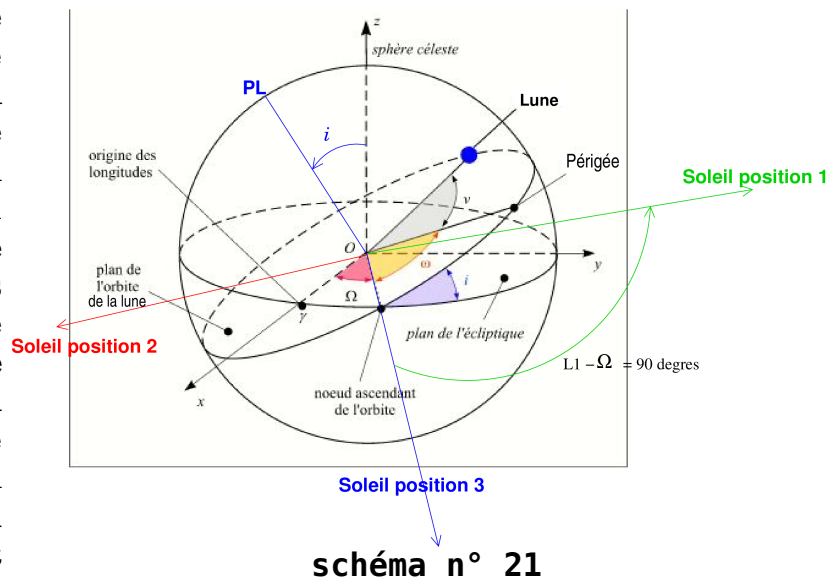
Il est aussi possible de repérer la position d'un point sur la sphère céleste par ses **coordonnées écliptiques : longitude écliptique L et latitude écliptique  $\lambda$** . Sur le schéma n° 19, sont repérés en bleu et en rouge les arcs correspondant respectivement à L et à  $\lambda$  du périégée. L'origine des longitudes écliptiques est le point vernal  $\gamma$ .

*Remarque : des précisions supplémentaires sur les trajectoires elliptiques et les anomalies sont disponibles [annexe n° 1](#).*

#### V.4 Influence du soleil sur l'inclinaison de la trajectoire.

Considérons le schéma ci-dessous n° 20 : c'est une reprise du schéma n° 19 avec l'ajout de différentes positions possibles du centre du soleil. Examinons d'abord la position N° 1 du soleil correspondant à une longitude écliptique L égale à  $(\Omega + 90^\circ)$ . Tant que la longitude écliptique de la lune L' sera comprise entre  $\Omega$  et  $(\Omega+180^\circ)$  La lune est au-dessus de l'écliptique

alors que le soleil est dans le plan de l'écliptique. L'action attractive du soleil sur la lune a donc une composante perpendiculaire au plan de l'ellipse et orientée vers le sud qui tend à diminuer la valeur de l'inclinaison  $i$ . Quand L' est compris entre  $(\Omega + 180^\circ)$  et  $(\Omega + 360^\circ)$  la lune est en-dessous du plan de l'écliptique, l'action attractive du soleil sur la lune a cette fois-ci une composante perpendiculaire au plan de trajectoire orientée vers le nord qui tend à augmenter  $i$ . On pourrait penser que l'influence moyenne du



soleil sur l'inclinaison est nulle : non ! Il faut se souvenir que **l'attraction du soleil sur la lune est d'autant plus forte que la distance soleil – lune est faible**. Ainsi, l'action qui tend à diminuer  $i$  est prépondérante dans ce cas n° 1.

Imaginons maintenant le soleil occupant une position n° 2 opposée à la position 1 : sa longitude écliptique L vaut  $(\Omega+270^\circ)$  : c'est maintenant l'action exercée sur la lune lorsqu'elle est en-dessous du plan de l'écliptique qui est prépondérante ; cette action a une composante vers le nord : elle tend encore à diminuer  $i$  !

Imaginons maintenant le soleil en position 3 ou en position diamétralement opposée :  $L$  vaut  $\Omega$  ou  $(\Omega + 180^\circ)$  ; un raisonnement analogue au précédent montre qu'alors le soleil n'a pas d'influence sur  $i$  (influence moyenne sur un tour d'ellipse). On retrouve la même influence sur  $i$  à chaque fois que  $(L - \Omega)$  augmente de  $180^\circ$ . **La période de variation de l'inclinaison ( notée  $T_i$ ) est la durée qu'il faut à  $(L - \Omega)$  pour augmenter de  $180^\circ$ .** Phrase équivalente : La durée entre deux passages successifs du soleil au nœud ascendant représente le double de la période de variation de  $i$ , soit  $2T_i$ .

Imaginons le nœud ascendant de l'orbite lunaire fixe : la période de variation de  $i$  serait une demie année sidérale soit 182,628 jours. Or les mesures astronomiques conduisent à une période de 173,310 jours. Le soleil met moins d'une année sidérale pour repasser par le nœud ascendant :

pendant que le soleil tourne en sens direct, le nœud ascendant « part à sa rencontre » en se déplaçant dans le sens inverse. Considérons le schéma n° 21 ci-contre. Soit, dans le plan de figure confondu avec le plan de l'écliptique, une date  $t$  telle que le nœud ascendant de la lune (noté NA) et le projeté

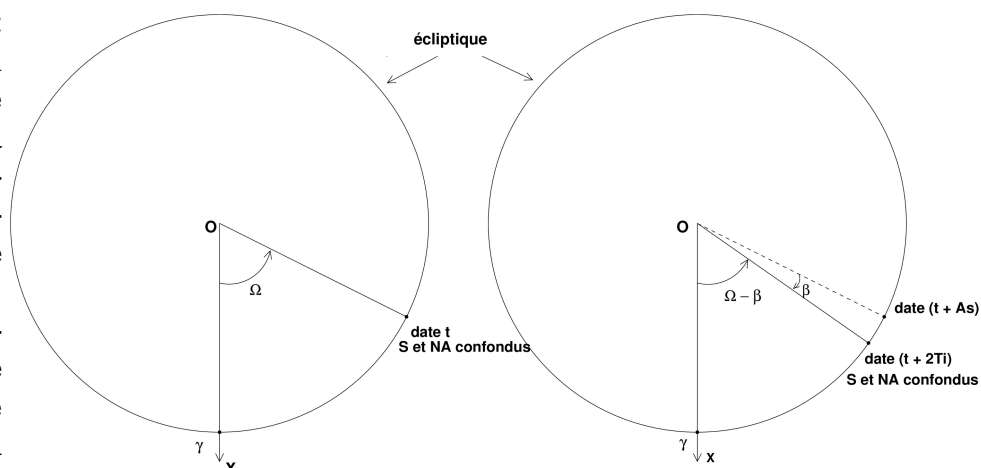


schéma n° 21

du soleil sur l'écliptique (noté S) soit confondus. Pendant que S tourne dans le sens direct à la vitesse  $\Omega_S$  égale en tour par jours à  $1/A_S$  ( $A_S$  : durée d'une année sidérale exprimée en jours), NA tourne en sens inverse à la vitesse  $\Omega_{NA}$  égale à  $1/T_{NA}$ ,  $T_{NA}$  étant la durée (mesurée en jours) mise par NA à effectuer un tour. La vitesse de rotation de S par rapport à NA est :

$$\Omega_{S/NA} = \Omega_S + \Omega_{NA} .$$

$$\text{Par identification : } \frac{1}{2 \cdot T_i} = \frac{1}{A_S} + \frac{1}{T_{NA}} ; \text{ soit : } T_{NA} = \frac{2 \cdot T_i \cdot A_S}{A_S - 2 \cdot T_i} .$$

Passons aux valeurs numériques :

$$T_{NA} = \frac{2 \cdot 173,310 \cdot 365,256363}{365,256363 - 2 \cdot 173,310} = 6793,47 \text{ jours} \approx 18,60 \text{ années} .$$

Ce mouvement du nœud ascendant en sens inverse correspond à une **précession** analogue à celle décrite à propos du mouvement du point vernal  $\gamma$  même si les origines des deux précessions sont différentes : influence du soleil ici, lente modification de l'orientation de l'axe des pôles par rapport à un repère géocentrique dans le cas de la précession des équinoxes évoquée partie II, pages 8 et 9.

## V.5 Influence du soleil sur la forme et l'orientation de la trajectoire.

L'attraction exercée par le soleil sur la lune a aussi une composante dans le plan de la trajectoire ; nous allons étudier maintenant son influence. Le plan de la figure ci-contre est le plan de la trajectoire. Pour cette étude, on peut négliger l'inclinaison (toujours très faible) et imaginer le soleil tournant dans le plan de figure.

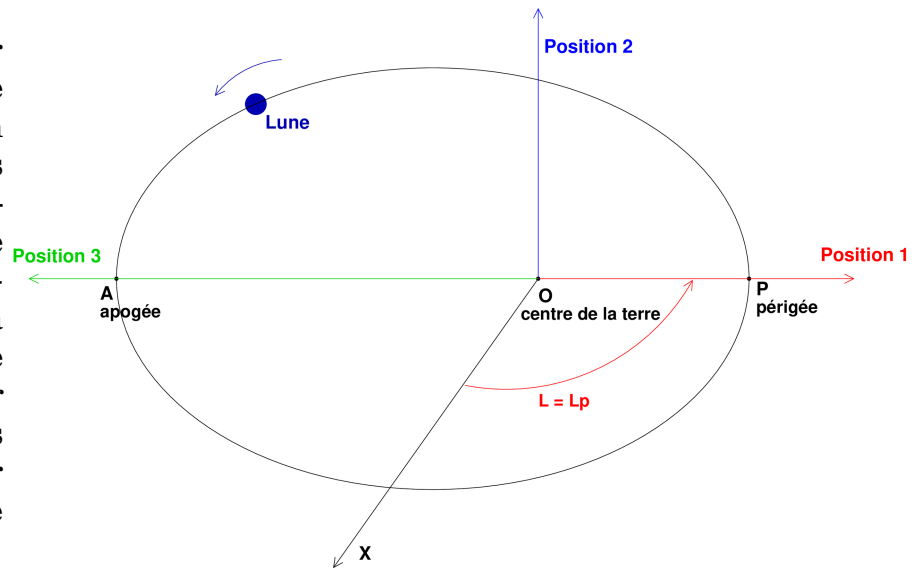


schéma n° 22

Imaginons d'abord le cas où le périhélie P et le centre S du soleil ont la même longitude écliptique :  $L = L_p$  (position 1). L'action attractive du soleil sur la lune tend à freiner la lune dans son mouvement de P vers A puis à l'accélérer dans son mouvement de A vers P. Cela tend à décaler vers le soleil les positions de A et de P. Nous l'avons déjà dit : **l'attraction du soleil sur la lune est d'autant plus forte que la distance soleil - lune est faible** : le décalage de P vers le soleil est plus important que le décalage de A vers le soleil ; dans cette position, le soleil tend à augmenter la distance de A à P, donc à augmenter l'excentricité.

Imaginons maintenant la position 3 du soleil pour laquelle :  $L = L_p + 180^\circ$ . Le raisonnement est le même que dans le cas précédent en permutant A et P ; l'action du soleil sur la trajectoire est aussi une augmentation de e.

Imaginons enfin la position 2 pour laquelle  $L = L_p + 90^\circ$  où la position opposée pour laquelle  $L = L_p + 270^\circ$  ; le soleil a alors très peu d'influence sur les positions des points A et P donc très peu d'influence sur l'excentricité.

Conclusion : **La période de variation de l'excentricité ( notée  $T_e$ ) est la durée qu'il faut à  $(L - L_p)$  pour augmenter de  $180^\circ$ .** Phrase équivalente : La durée entre deux passages successifs du soleil au périhélie P représente le double de la période de variation de e, soit  $2T_e$ .

Si le point P avait une longitude écliptique fixe, la période de variation de e serait d'une demie - année sidérale soit 182,628 jours . Or, l'analyse précise de la courbe du schéma n° 18 conduit à  $T_e = 205,89$  jours. Pendant la durée  $2T_e$ , le soleil doit donc faire un peu plus de un tour ; cela signifie que **le périhélie se déplace dans le sens direct**. Notons  $\Omega_P$  la vitesse de rotation de P et  $T_P$  la durée en jours d'un tour :  $\Omega_P = 1/T_P$ . La vitesse de rotation du soleil par rapport au point P est :

$$\Omega_{S/P} = \Omega_S - \Omega_P .$$

Soit, par identification :

$$\frac{1}{2 \cdot T_e} = \frac{1}{A_S} - \frac{1}{T_P} ; \text{ soit : } T_P = \frac{2 \cdot A_S \cdot T_e}{2 \cdot T_e - A_S} .$$

Valeurs numériques :

$$T_P = \frac{2 \cdot 365,256363 \cdot 205,89}{2 \cdot 205,89 - 365,256363} = 3232,61 \text{ jours} \approx 8,850 \text{ années} .$$

## V.6 Les différentes périodes lunaires ou mois lunaires.

### V.6.1 Mois anomalistique.

Nous l'avons déjà définie : c'est la **durée moyenne entre deux passages consécutifs à l'apogée ou entre deux passages consécutifs au périgée** :

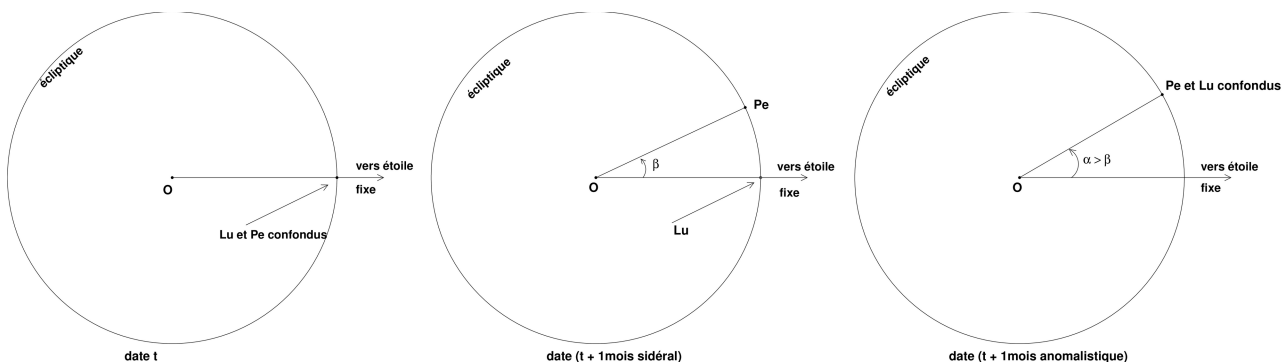
**un mois anomalistique = 27,5545 jours = 27j 13h 18' 33" .**

Plus un objet est éloigné, plus il nous apparaît petit et vice versa. Le mois anomalistique fixe donc la périodicité de la taille apparente de la lune observée de la terre. Entre une position à l'apogée et une position au périgée, la lune apparaît 12 % plus « grosse » et 25 % plus lumineuse. Le résultat est spectaculaire lorsqu'une pleine lune correspond à une position de celle-ci voisine du périgée ; cela se produit en moyenne une fois par an.

### V.6.2 Mois sidéral.

Par analogie avec l'année sidérale, on pourrait penser définir le mois sidéral comme la durée moyenne d'un tour mesuré dans le repère géocentrique. Cependant, nous avons vu que la trajectoire de la lune, contrairement à celle du soleil, n'est ni fixe ni fermée. Pour tourner la difficulté, on s'intéresse au mouvement du point Lu situé sur l'écliptique qui à chaque instant a même longitude écliptique que le centre de la lune.

*Remarque : on peut aussi dire que Lu est l'intersection de l'écliptique avec le méridien céleste passant par le centre de la lune.*



**schéma n° 23**

Ainsi le **mois sidéral est la durée moyenne entre deux passages successifs du point Lu en un même point de l'écliptique**. Notons Pe le point de l'écliptique qui à chaque instant a même longitude écliptique que le périgée. Le mois anomalistique représente ainsi la durée entre deux passages successifs de Lu au point Pe. Le mois sidéral est-il égal au mois anomalistique ? Non bien sûr puisque le point Pe tourne dans le sens direct à la vitesse  $\Omega_P = 1/T_P$  définie au paragraphe précédent. Cela apparaît sur le schéma n°23 ci-dessus où le plan de figure est le plan de l'écliptique. Partons d'une date t où la lune et le périgée ont même longitude écliptique



(figure de gauche). Un mois sidéral plus tard, le point Lu aura retrouvé la même position, la vitesse de rotation de Lu, exprimée en tour par jours, est donc :

$$\Omega_{Lu} = \frac{1}{T_{Si}} \text{ où } T_{Si} \text{ représente la durée d'un mois sidéral mesurée en jours.}$$

Pendant que Lu tourne d'un tour, Pe tourne d'un angle  $\beta$ . Au bout d'un mois sidéral, Lu n'a pas encore rattrapé Pe ; pour rattraper Pe, Lu doit tourner d'un angle supplémentaire  $\alpha$  un peu supérieur à  $\beta$  car Pe continue à tourner pendant que Lu tourne de l'angle  $\beta$ . **Le mois sidéral est donc plus court que le mois anomalistique.**

La vitesse de Lu par rapport à P est :

$$\Omega_{Lu/Pe} = \Omega_{Lu} - \Omega_P .$$

Lu tourne de 1 tour par rapport à Pe en un mois anomalistique de durée :  $T_{an} = 27,5545$  jours ; donc :

$$\Omega_{Lu/Pe} = \frac{1}{T_{an}} .$$

Par identification :

$$\frac{1}{T_{an}} = \frac{1}{T_{Si}} - \frac{1}{T_P} ; \text{ soit : } T_{Si} = \frac{T_{an} \cdot T_P}{T_{an} + T_P} .$$

Application numérique :

$$T_{Si} = \frac{27,5545 \cdot 3232,61}{27,5545 + 3232,61} = 27,3217 \text{ jours .}$$

**La période lunaire sidérale ou mois sidéral vaut :**

**27,3217 jours soit 27 jours 7 heures 43 min 12s.**

*Remarque : la durée du mois sidéral, de peu d'importance pratique, est néanmoins très importante pour les astronomes ; par exemple : c'est de sa valeur que l'application des lois de Newton permet de déduire la masse de la terre.*

### V.6.3 Mois tropique.

La différence année sidérale – année tropique se transpose facilement : le mois tropique est la durée entre deux passages consécutifs du point Lu au point vernal. Comme le point vernal se déplace extrêmement lentement en sens inverse (un tour en 25772 années sidérales), **le mois tropique est un peu plus court que le mois sidéral mais la différence est infime.** Un calcul analogue à celui mené paragraphe IV.1 conduit à une **différence d'à peine 7secondes.**

**La période lunaire tropique ou mois tropique vaut :**

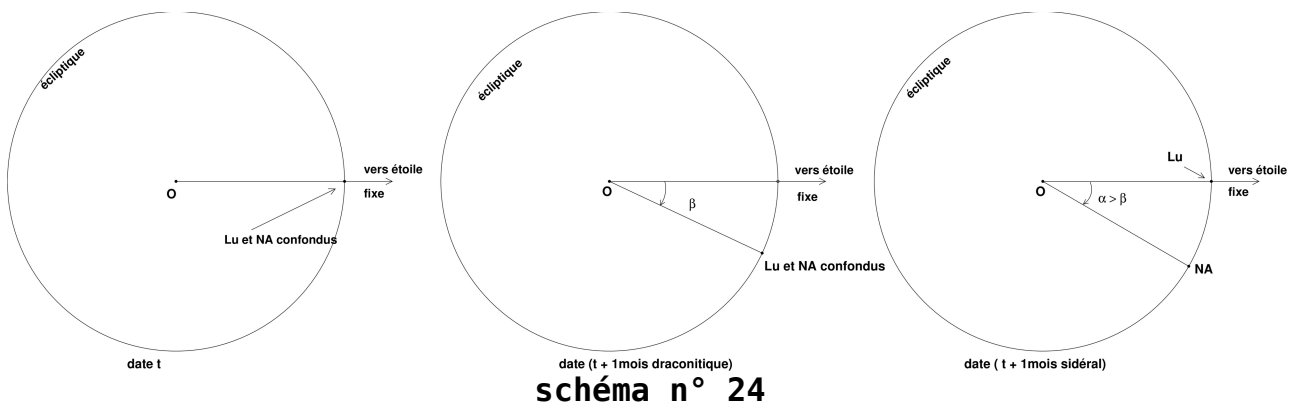
**27 jours 7 heures 43 min 5s.**

### V.6.4 Mois draconitique.

« Draconitique » a la même étymologie que « dragon ». Comme nous le verrons, la durée de ce mois intervient dans la détermination de la fréquence des éclipses. Or de très anciennes superstitions populaires expliquaient les éclipses par la présence de dragons qui avalaient l'astre éclipsé (lune ou soleil) pour le recracher ensuite...

**Un mois draconitique représente la durée entre deux passages consécutifs de Lu au nœud ascendant NA.**

Nous avons mis en évidence un lent mouvement de NA en sens inverse. Considérons le schéma n° 24 ci-dessous.



Partons d'une date  $t$  où Lu et NA sont confondus (figure de gauche). Pendant que Lu tourne en sens direct, NA tourne plus lentement en sens inverse. Lu et NA se rencontreront avant que Lu ait effectué un tour : **le mois draconitique est donc plus court que le mois sidéral.**

La vitesse de Lu par rapport à NA, exprimée en tour par jour, est :

$$\Omega_{Lu/NA} = \Omega_{Lu} + \Omega_{NA} .$$

Soit  $T_{dr}$  la durée d'un mois draconitique ; Lu tourne d'un tour par rapport à NA en  $T_{dr}$  jours. Ainsi :

$$\Omega_{Lu/NA} = \frac{1}{T_{dr}} .$$

Par identification :

$$\frac{1}{T_{dr}} = \frac{1}{T_{si}} + \frac{1}{T_{NA}} ; \text{ soit : } T_{dr} = \frac{T_{si} \cdot T_{NA}}{T_{si} + T_{NA}} .$$

Application numérique :

$$T_{dr} = \frac{27,3217 \cdot 6793,47}{27,3217 + 6793,47} = 27,2122 \text{ jours} .$$

**La période lunaire draconitique ou mois draconitique vaut :  
27,2122 jours soit 27 jours 5 heures 5 min 36s.**

### V.6.5 Les phases de la lune.

Contrairement au soleil, la lune n'est pas une source de lumière : seule l'hémisphère lunaire orientée face au soleil peut être vue. Suivant l'orientation de cette hémisphère éclairée par rapport à la terre, cette hémisphère peut être entièrement visible de la terre, partiellement visible de la terre ou invisible de la terre. Ce sont **les phases de la lune.**

De nombreux sites internet traitent ce sujet avec de nombreuses illustrations et animations ; trois exemples :

<http://www.imcce.fr/promenade/pages5/501.html>

[http://physiquecollege.free.fr/physique\\_chimie\\_college\\_lycee/cinquieme/optique/phases\\_lune.htm](http://physiquecollege.free.fr/physique_chimie_college_lycee/cinquieme/optique/phases_lune.htm)

[http://www.fondation-lamap.org/sites/default/files/upload/media/minisites/projet\\_calendriers/elevs/phases-de-la-lune\\_FrV2.swf](http://www.fondation-lamap.org/sites/default/files/upload/media/minisites/projet_calendriers/elevs/phases-de-la-lune_FrV2.swf)

Attention ! Les schémas en 2D peuvent être trompeurs : le plan de figure est habituellement le plan écliptique et, compte tenu de l'inclinaison de la trajectoire de la

lune par rapport à ce plan, il faut imaginer le centre de la lune au-dessus ou au-dessous de ce plan de figure. Sauf dans ces cas peu fréquents, une hémisphère complète de lune est éclairée par le soleil même si les schémas en 2D représentent cette hémisphère « derrière » la terre au moment de la pleine lune (situation E du schéma ci-dessous n° 25) ...

Ce schéma correspond en fait à une projection de la lune dans le plan de l'écliptique. On voit ci-contre huit positions de la lune et en dessous les aspects

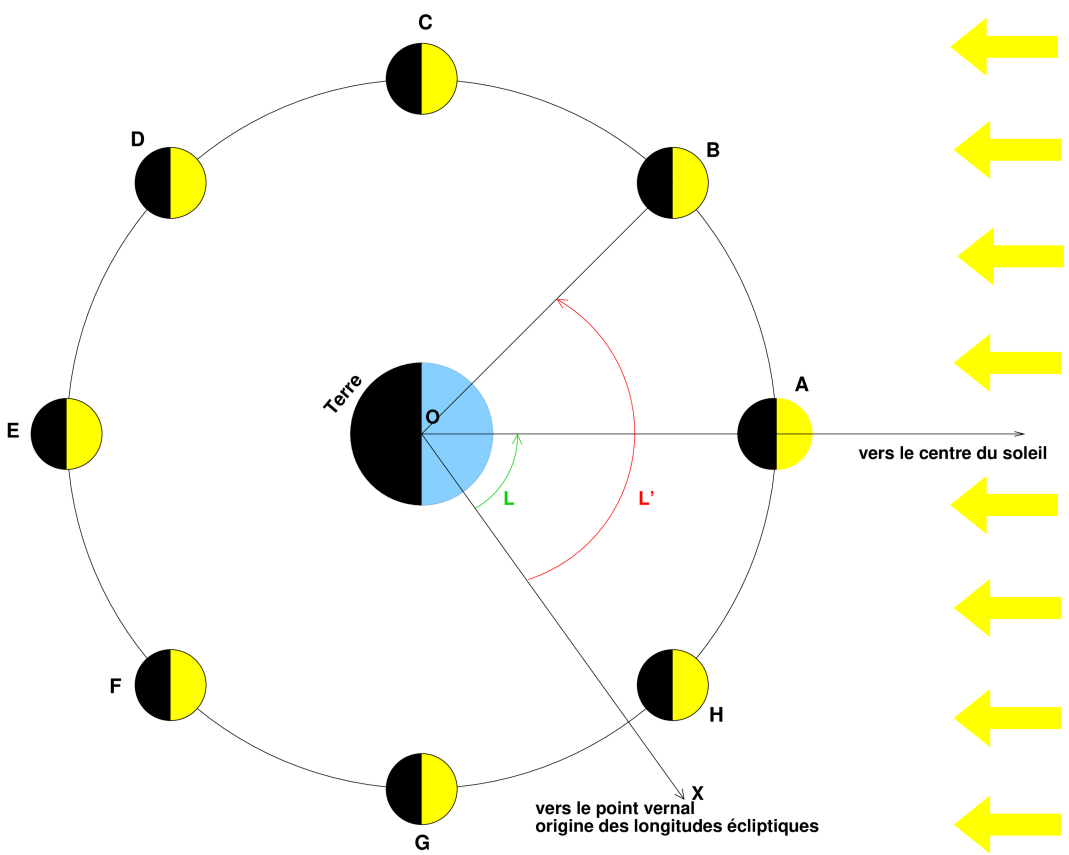
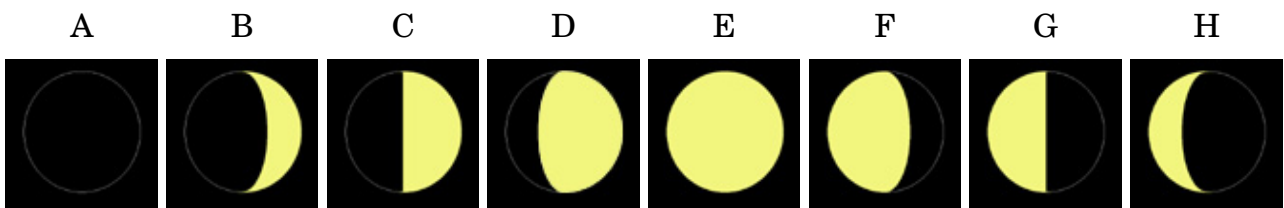


schéma n° 25

correspondants de la lune vue de la terre dans chacune de ces huit positions. La direction du centre du soleil est caractérisée par sa longitude écliptique L.



La longitude écliptique du point Lu déjà défini est notée L'. Le centre du soleil est sur l'axe horizontal très loin sur la droite de la figure : la distance terre – soleil en environ 390 fois plus grande que la distance terre – lune ; impossible de faire un schéma à l'échelle ! Dans ces conditions, tous les rayons lumineux en provenance du soleil sont pratiquement parallèles entre eux (flèches jaunes du schéma).

Examinons brièvement les différentes phases de la lune.

*Situation A* :  $L = L'$  ; les projections de leurs centres dans le plan de l'écliptique sont alignés avec le centre de la terre : c'est une situation de **syzygie** ; la lune et le soleil

sont en **conjonction** car situés du même côté de la terre. Dans ce cas, l'hémisphère de la lune éclairée est invisible pour un observateur sur terre ; c'est **la nouvelle lune**.

*Situation de type B : (L' - L) compris entre 0° et 90°*; la partie de l'hémisphère éclairée, visible de la terre, est un croissant dont « l'épaisseur » croît au fil des jours ; ce sont des situations de **premier croissant**.

*Situation C : (L' - L) = 90°* ; seule la moitié droite de l'hémisphère éclairée est visible de la terre. C'est **le premier quartier**.

*Situation de type D : (L' - L) compris entre 90° et 180°*; la proportion visible de l'hémisphère éclairée croît de 50 % à 100 % . C'est **la lune gibbeuse croissante**.

*Situation E: (L' - L) = 180°* : c'est à nouveau une **syzygie** mais la lune et le soleil sont de part et d'autre de la terre ; on dit que la lune est en **opposition** avec le soleil. Sauf en cas d'éclipse, la totalité de l'hémisphère éclairée est visible de la terre, c'est **la pleine lune**.

*Situation de type F : (L' - L) compris entre 180° et 270°* ; **lune gibbeuse décroissante**. Différence avec la lune croissante : en lune croissante, la partie visible est à droite de la partie invisible ; en lune décroissante, c'est l'inverse.

*Situation G : (L' - L) = 270°* ; elle correspond au **dernier quartier**.

*Situation de type H : (L' - L) compris entre 270° et 360°* ; elle correspond au **dernier croissant**.

*Remarque : par rapport à la sphère céleste, la lune tourne dans le sens direct mais en même temps, la terre tourne autour de l'axe de ses pôles environ 27 fois plus vite ; pour un observateur terrestre, la lune tourne donc en sens inverse soit de l'est vers l'ouest. Ce raisonnement est aussi valide pour le mouvement du soleil mais dans ce cas, le rapport des vitesses est d'environ 365 !*

### V.6.6 mois synodique.

On vient de voir que, vu de la terre, l'aspect de la lune varie périodiquement. La période de ces variations est appelé lunaison ou mois synodique. Plus précisément, **un mois synodique représente la durée moyenne entre deux nouvelles lunes consécutives**. C'est la durée correspondant à une augmentation de (L' - L) de 360° ou encore la durée que met le point Lu pour tourner de un tour par rapport au soleil. Notons  $T_{sy}$  cette durée. La vitesse de rotation de Lu par rapport au soleil est donc :

$$\Omega_{Lu/S} = \frac{1}{T_{sy}} .$$

Un raisonnement effectué à de nombreuses reprises conduit à :

$$\Omega_{Lu/S} = \Omega_{Lu} - \Omega_S$$

avec :  $\Omega_{Lu} = \frac{1}{T_{si}}$  et  $\Omega_S = \frac{1}{A_S}$  ( $A_S$  : durée d'une année sidérale exprimée en jours).

Par identification :

$$\frac{1}{T_{sy}} = \frac{1}{T_{si}} - \frac{1}{A_S} \text{ soit : } T_{sy} = \frac{T_{si} \cdot A_S}{A_S - T_{si}} .$$

Application numérique :

$$T_{sy} = \frac{27,3217 \cdot 365,256363}{365,256363 - 27,3217} = 29,5306 \text{ jours} .$$

**La lunaison ou mois synodique vaut :**

**29,5306 jours soit 29 jours 12heures 44min 3s.**

*Remarque : il s'agit bien d'un calcul de durée moyenne : nous avons raisonné sur les vitesses moyennes de la lune et du soleil sans tenir compte de la loi des aires.*

### **V.6.7. Application aux calendriers solaire, lunaire et luni-solaire.**

La construction d'un calendrier utilise traditionnellement trois « horloges » naturelles : la rotation de la terre sur elle-même qui définit le jour, les phases de la lune qui permettent de définir le mois et le mouvement du soleil autour de la terre (si le repère est géocentrique) qui permet de définir l'année tropique. Si la lunaison correspondait à un nombre entier de jours et si l'année tropique correspondait à un nombre entier de lunaisons, les choses seraient simples : la nouvelle lune correspondrait toujours au même jour d'un mois et les débuts des saisons auraient lieu à dates fixes. Cela n'est pas le cas : il faut donc choisir entre un calendrier « lunaire » où la longueur moyenne du mois est très proche d'une lunaison et un calendrier « solaire » où la longueur moyenne de l'année est très proche d'une année tropique. Dans le premier cas, la nouvelle lune correspondent chaque mois au même jour mais on obtient un décalage progressif des dates des débuts de saisons.

Nous l'avons expliqué au paragraphe IV.2 : le calendrier grégorien en vigueur en France est de type « solaire ». Les débuts de saisons ont lieu à dates fixes mais les nouvelles lunes n'ont pas lieu chaque mois au même jour.

Expliquons brièvement le principe d'un calendrier de type « lunaire » comme le calendrier musulman. La lunaison étant proche de 29 jours et demi, on imagine une année de 12 mois : 6 mois de 29 jours alternent avec 6 mois de 30 jours, ce qui représente une année de 354 jours. Pour tenir compte des 44min et 3s supplémentaires par lunaison, on ajoute régulièrement des années « abondantes » formées de 5 mois de 29 jours et de 7 mois de 30 jours, soit des années de 355 jours. En pratique, par cycle de 30 ans, on répartit 19 années « communes » de 354 jours et 11 années « abondantes ». Ainsi la durée moyenne d'une année est :

$$\frac{19 \cdot 354 + 11 \cdot 355}{30} = 354,366666666666... \text{ jours .}$$

Or la durée moyenne de 12 lunaisons est, en utilisant la meilleure précision actuelle :

$$12 \cdot 29,530588893671318 = 354,367066724 \text{ jours .}$$

L'écart entre les deux durées n'est que de 4 dix-millièmes de jour par an, ce qui peut se corriger en remplaçant une année commune par une année abondante une fois tous les 2500ans ! L'accord entre lunaison et mois calendaire moyen est excellent mais en contrepartie, le début de chaque saison se décale de près de 11 jours par an...

Ce décalage peut être supprimé par l'ajout judicieux de mois supplémentaires : c'est le principe d'un calendrier de type « luni-solaire » comme le calendrier hébraïque. Nous savons qu'une année tropique compte 365,24219 jours et qu'un mois synodique compte 29,5306 jours. Le rapport de ces deux nombres vaut :

$$r = \frac{365,24219}{29,5306} = 12,3683 \text{ .}$$

Par une des méthodes exposée en [annexe 4](#), on peut obtenir une fraction proche de ce rapport :  $r \approx \frac{235}{19}$  . Ainsi, 19 années sidérales ont sensiblement même durée que 235 lunaisons. Or :  $235 = 12 \times 12 + 7 \times 13$ . On peut donc imaginer un cycle de 19 ans constitué de 12 années « communes » de 12 mois avec alternance de mois de 29 jours et de mois de 30 jours (soit des années de 354 jours) et de 7 années « embolismiques »

comptant un mois supplémentaire de 30 jours (soit des années de 384 jours). La durée moyenne d'une année civile, calculée sur 19 ans devient ainsi :

$$\frac{12 \cdot 354 + 7 \cdot 384}{19} = 365,05263 \text{ .}$$

La durée moyenne d'une lunaison, calculée sur 19 ans est ainsi :

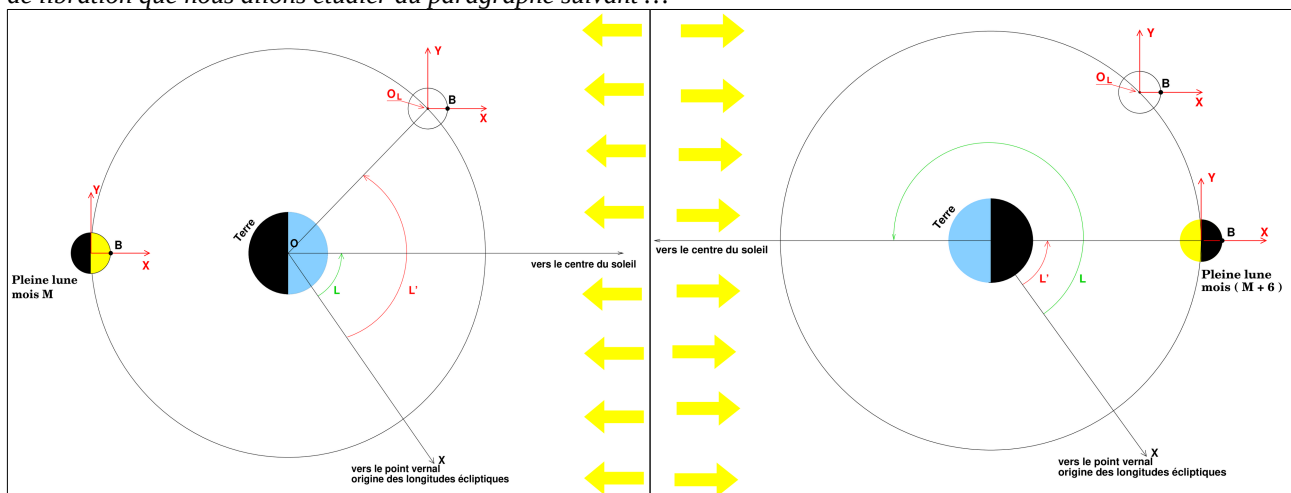
$$\frac{12 \cdot (6 \cdot 29 + 6 \cdot 30) + 7 \cdot (6 \cdot 29 + 7 \cdot 30)}{235} = 29,51489 \text{ .}$$

Ces deux valeurs sont un peu inférieures aux valeurs recherchées : respectivement 365,24219 et 29,5306. L'ajustement se fait grâce aux mois n° 8 et n° 9 qui peuvent être, suivant les années, de 29 ou de 30 jours. Ainsi, chaque mois commence à la nouvelle lune et il n'y a pas de dérive des saisons, mais tout cela est bien compliqué : outre le fait que l'année peut compter 12 ou 13 mois, **le nombre de jours par an peut prendre 6 valeurs différentes**, selon les nombres de jours des mois 8 et 9 et le nombre de mois par an : 353, 354 ou 355 les années de 12 mois, 383, 384, 385 les années de 13 mois !

### V.6.8. Rotation propre de la lune.

Le relief lunaire est suffisamment tourmenté ( cratères, « mers » lunaires...) pour être facilement observable de la terre, en particuliers lors des phases de pleine lune. Il est donc facile de constater que **la lune oriente toujours la même face vers la terre**.

*Remarque : en réalité, près de 60 % de la surface lunaire peut être explorée à partir de la terre, grâce au phénomène de libration que nous allons étudier au paragraphe suivant ...*



Est-ce à dire que la lune ne tourne pas sur elle-même ? Pour répondre à la question, reprenons le schéma n° 25 du paragraphe V.6.5 sur les phases de la lune et imaginons un repère dont l'origine est

le centre  $O_L$  de la lune et dont les axes sont dirigées vers des étoiles suffisamment éloignées pour être considérées comme fixes (l'axe  $(O_L Z)$ , perpendiculaire au plan de figure, n'est pas représenté sur le schéma). Ce repère dit **repère sélénocentrique** tourne autour de la terre tout en gardant ses axes parallèles aux axes du repère géocentrique déjà défini. Soit un point B de la surface de la lune sur l'axe  $(O_L X)$ . Supposons ce point B sur la face éclairée une nuit de pleine lune d'un mois M (voir le schéma de gauche ci-dessus). Six lunaisons plus tard, il y aura encore pleine lune mais la longitude écliptique du soleil aura augmenté d'environ  $180^\circ$  conformément au schéma de droite ci-dessus. En absence de rotation propre de la lune dans le repère  $(O_L XYZ)$ , le point B se trouvera cette fois-ci sur la face cachée de la lune. Conclusion : **la lune doit nécessairement avoir un mouvement de rotation propre, c'est à dire un mouvement de rotation dans le repère sélénocentrique  $(O_L XYZ)$ .**

En réalité, les mesures montrent que **la vitesse de rotation propre de la lune dans le repère  $(O_L XYZ)$  est exactement égale à la vitesse de révolution du centre de la lune dans le repère géocentrique, soit un tour par mois sidéral moyen** (un tour tous les 27,3217 jours). Ce synchronisme parfait n'est bien sûr pas le fruit du hasard. Il s'explique par le phénomène de marée qui sera étudié plus en détail [annexe 5](#). Disons simplement que la lune exerce des forces de marées qui tendent à déformer la terre – et plus encore la surface des océans – pour lui donner une forme un peu allongée suivant un axe passant par les centres de la terre et de la lune, un peu comme un ballon de rugby (les scientifiques parlent alors d'ellipsoïde...). La terre exerce des forces de marées sur la lune environ 22 fois plus intenses. La lune étant formée de matière solide, les déformations sont de plus faibles amplitudes mais pas négligeables pour autant ; la lune prend donc aussi la forme d'une ellipsoïde dont le grand axe est constamment orienté vers le centre de la terre.

Conséquence sur terre : pendant que la terre effectue un tour sur elle-même, le grand axe de l'ellipsoïde ne tourne que de  $1/27$  tour environ. Chaque point de la terre ou de la surface des océans tend à se soulever quand il se rapproche de l'axe des centres de la terre et de la lune et tend à s'abaisser quand il s'éloigne de cet axe. On obtient ainsi environ deux marées hautes et deux marées basses par jour. Pour une bonne visualisation du phénomène, on pourra consulter l'animation suivante disponible sur internet : [#http://www.systemesolaire.net/maree.html](http://www.systemesolaire.net/maree.html).

*Remarque : le soleil exerce aussi des forces de marée sur la terre mais elles sont environ 2,2 fois moins intenses ; cela est expliqué en annexe 5.*

Conséquence sur la lune : il y a quelques milliards d'années, la vitesse de rotation propre de la lune était très probablement nettement supérieure à sa vitesse de révolution autour de la terre. Le phénomène de marée était donc analogue à celui observé actuellement sur terre : les roches lunaires étaient soumises à des forces de marées qui tendaient à les dilater à chaque fois qu'elles passaient au voisinage de l'axe terre - lune. Ces déformations périodiques dissipaient beaucoup d'énergie, ce qui s'est traduit par un lent ralentissement de la vitesse de rotation propre jusqu'à ce que celle-ci atteigne la vitesse de révolution de la lune autour de la terre. Dans ces conditions, les roches ne se déplacent plus par rapport à l'ellipsoïde ; il n'y a plus dissipation d'énergie : le synchronisme perdure.

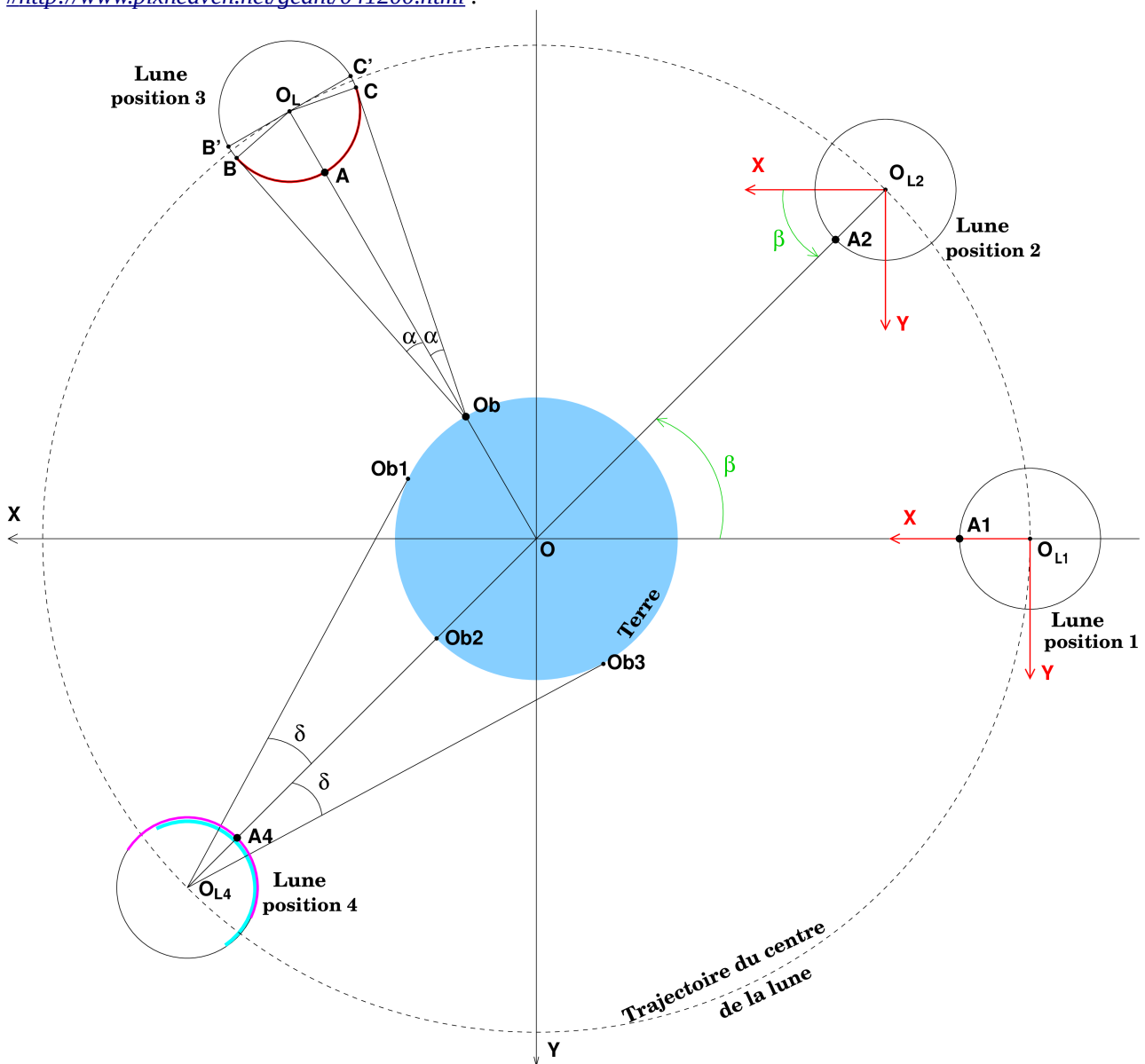
### V.6.9. Libration de la lune.

Imaginons pour simplifier que le centre  $O_L$  de la lune soit animé dans le repère géocentrique d'un mouvement circulaire à vitesse constante et que l'axe de rotation de la lune sur elle-même soit perpendiculaire au plan de la trajectoire (voir schéma ci-dessous). Soit une position 1 de la lune et un point  $A_1$  de la surface lunaire appartenant à la droite  $(OO_L)$ . Soit une position 2 de la lune

observée un peu plus tard (un huitième de mois sidéral plus tard dans le cas de la figure). Entre les deux positions, la droite  $(OO_L)$  a tourné dans le repère géocentrique d'un angle  $\widehat{O_{L1}OO_{L2}} = \beta$ . La vitesse de rotation propre de la lune dans le repère sélénocentrique étant égale à la vitesse de révolution, la droite  $(O_LA)$  a aussi tourné de l'angle  $\beta = \widehat{A_2O_{L2}X}$  par rapport à l'axe  $(O_LX)$ . Les axes  $(OX)$  et  $(O_LX)$  restant constamment parallèles, les angles  $\widehat{O_{L1}OO_{L2}}$  et  $\widehat{A_2O_{L2}X}$  sont en positions « alternes-internes ». Leur égalité implique l'alignement des points  $O$ ,  $A_2$  et  $O_{L2}$ . Nous venons de démontrer que l'égalité entre la vitesse de rotation propre et la vitesse de révolution de la lune est bien conforme au fait que la lune présente toujours la même face du côté de la terre.

Est-ce à dire que vue de la terre, la partie éclairée de la lune présente toujours le même aspect ? En fait, le relief lunaire permet d'observer depuis la terre **un lent balancement périodique de l'aspect de la lune appelé libration**. Grâce à ce phénomène, environ 59 % de la surface lunaire a pu être observé à partir de la terre. Pour le reste, il a fallu attendre les sondes spatiales.

Remarque : de nombreux sites internet proposent des animations du phénomène de libration ; par exemple : <http://www.pixheaven.net/geant/041200.html>.



Avant d'aller plus loin, commençons par répondre à la question suivante : Quelle proportion de la surface lunaire peut-on voir à la fois une nuit de pleine lune ? Est-ce vraiment 50 %, soit tout



l'hémisphère lunaire orientée vers la terre ? Revenons au schéma ci-dessus en considérant la lune en position 3 et un observateur terrestre noté  $O_b$  à la surface de la terre sur la droite ( $OO_L$ ). Pour éviter de manipuler des nombres trop importants, les distances sont exprimées en multiple du rayon terrestre  $R_T = 6378\text{km}$ . Ainsi la distance moyenne entre les centres de la lune et de la terre vaut :  $d_{T-L} = 60,4R_T$  et le rayon de la lune est  $R_L = 0,2725R_T$ . On trace les tangentes  $O_bB$  et  $O_bC$  au cercle de centre  $O_L$ , de rayon  $R_L$  représentant la trace de la surface de la lune dans le plan de figure. La droite passant par  $O_L$  perpendiculaire à la droite ( $OO_L$ ) coupe ce cercle en  $B'$  et  $C'$ . Pour que 50 % de la surface lunaire soit visible à la fois du point  $O_b$ , il faudrait que les points  $B$  et  $B'$  d'une part,  $C$  et  $C'$  d'autre part, soient confondus. On peut calculer le pourcentage de surface lunaire visible en remarquant que le triangle ( $O_bO_LC$ ) est rectangle en  $C$ . On obtient ainsi :

$$\sin(\alpha) = \frac{O_L C}{O_L O_b} = \frac{R_L}{d_{T-L} - R_T} = \frac{0,2725 R_T}{59,4 R_T} = 0,00459 \quad ; \text{ soit : } \alpha = 0,2628^\circ.$$

Cet angle est très faible : le pourcentage de surface lunaire visible à la fois est certainement proche de 50 % ; faisons le calcul en remarquant que la vision de la lune pour  $O_b$  est invariante par rotation autour de la droite ( $O_bO_L$ ) : en plus de l'hémisphère « arrière » évidemment invisible de la terre (la « face cachée »), la partie invisible est une bande étroite de rayon  $R_L$ , de largeur ( $CC'$ ). Le périmètre de cette bande vaut :  $2 \cdot \pi \cdot R_L$  ; À un angle de  $180^\circ$  correspond une longueur d'arc égal à un demi-périmètre soit  $\pi \cdot R_L$  ; à l'angle  $\alpha$  correspond donc la longueur d'arc :

$$CC' = \frac{\pi \cdot R_L \cdot \alpha}{180}.$$

L'aire de cette bande invisible du point  $O_b$  est ainsi :

$$S = 2 \cdot \pi \cdot R_L \cdot CC' = \frac{\pi^2 \cdot R_L^2 \cdot \alpha}{90}.$$

L'aire d'une hémisphère vaut :  $2 \cdot \pi \cdot R_L^2$ . L'aire totale de la surface visible à la fois est ainsi :

$$S_V = 2 \cdot \pi \cdot R_L^2 - S = \pi \cdot R_L^2 \cdot \left( 2 - \frac{\pi \cdot \alpha}{90} \right).$$

L'aire totale de la surface lunaire vaut :  $4 \cdot \pi \cdot R_L^2$  ; le pourcentage de surface visible à la fois du point  $O_b$  est donc :

$$\frac{S_V}{4 \cdot \pi \cdot R_L^2} = 0,5 - \frac{\pi \cdot \alpha}{360} = 0,4977.$$

Ainsi, en moyenne **seulement 49,77 % de la surface lunaire peut être vue à la fois de la terre**. Ce pourcentage peut être un peu plus élevé quand la distance  $d_{T-L}$  est supérieure à sa valeur moyenne, c'est-à-dire lorsque la lune est au voisinage de son apogée et il est un peu plus faible quand la lune est au voisinage de son périégée. Cependant, ce pourcentage est très proche de 50 %, ce qui autorise l'expression « face visible de la lune ».

Analysons maintenant les trois causes de la libration.

#### V.6.9.a) Libration parallactique.

Selon le Larousse, le mot **parallaxe** signifie : « *déplacement de la position apparente d'un corps dû à un changement de position de l'observateur* ». Pour comprendre, revenons au schéma précédent en considérant la lune en position 4, sans oublier que la terre tourne sur elle-même dans le sens anti-horaire du schéma. Pour un observateur en position  $O_{b1}$ , la lune se lève juste sur l'horizon à l'est terrestre. L'observateur voit la face de la lune orientée vers lui, pour peu qu'elle soit éclairée par le soleil bien sûr ; sa trace dans le plan de figure est l'arc de couleur magenta. Pour cet observateur, le point  $A_4$ , point de la surface lunaire au plus près de la terre n'est pas au centre de la face mais légèrement décalé vers l'est. Environ six heures plus tard l'observateur occupe la position  $O_{b2}$  (pas exactement six heures car la lune tourne un peu au cours d'une nuit et l'angle entre les

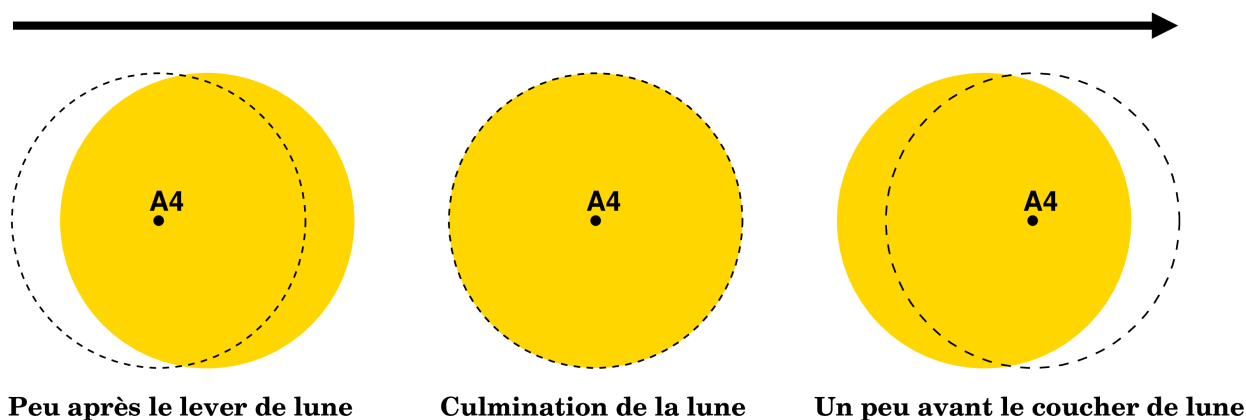
rayons ( $OO_{b1}$ ) et ( $OO_{b2}$ ) ne vaut pas exactement  $90^\circ$ ). L'observateur voit alors le point  $A_4$  au centre de la face visible. Environ six heures plus tard, l'observateur est en  $O_{b3}$ ; la face visible pour lui a pour trace dans le plan de figure l'arc de couleur cyan. Le point  $A_4$  n'est plus au centre de la face visible mais décalé vers l'ouest.

Ainsi, **un observateur peut voir, au lever de la lune, en début d'une nuit de pleine lune, une petite partie de la face située derrière le méridien lunaire passant par C (voir position 3 de la lune) et il peut voir au coucher de la lune une partie de la face située derrière le méridien lunaire passant par B.** Le déplacement apparent d'est en ouest est très difficile à observer. En effet le point  $A_4$  semble tourner au cours de la nuit de l'angle  $2\beta$ . Un calcul analogue à celui fait pour évaluer  $\alpha$  conduit à :

$$\sin(\beta) = \frac{R_T}{60,4 R_t} = 0,01656 \quad ; \text{ soit : } \beta = 0,949^\circ \text{ (valeur moyenne).}$$

Une rotation apparente de moins de 2 degrés en une nuit est impossible à détecter à l'œil nu.

#### Déplacement d'est en ouest pour un observateur terrestre



Pour résumer les observations, le schéma ci-dessus représente, en exagérant les décalages pour plus de clarté, trois observations successives une nuit de pleine lune, le cercle en pointillé représentant la trace de l'hémisphère face à  $O_{b2}$ .

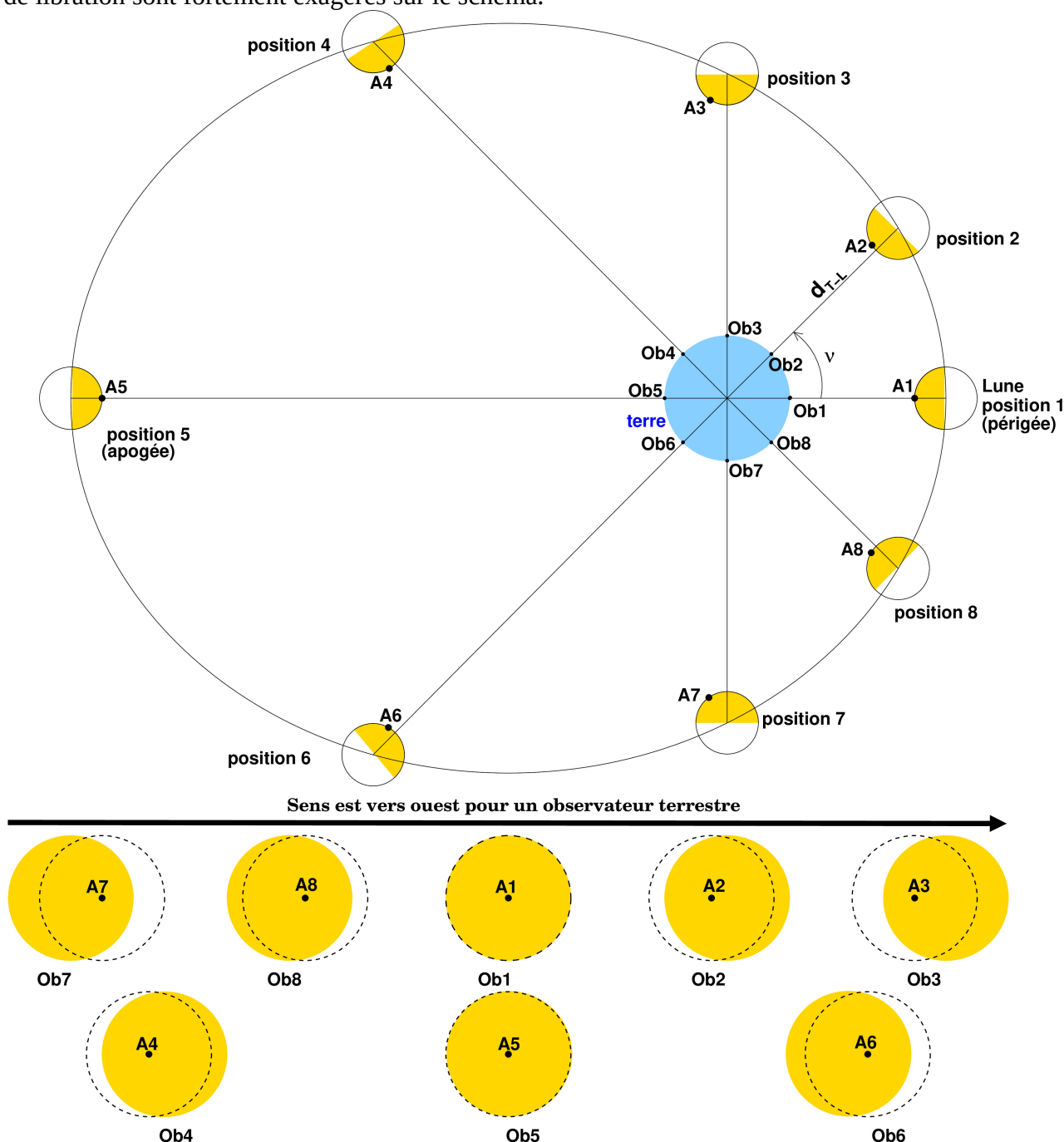
#### V.6.9.b) Libration en longitude.

Dans cette étude de la libration nous n'avons pas encore tenu compte de l'ellipticité de la trajectoire du centre de la lune dans le repère géocentrique décrite dans les paragraphes V.2 et V.3. La loi des aires impose des variations périodiques de la vitesse de révolution de la lune autour de la terre, la période de variation étant le mois anomalistique (27,55 jours). Une simulation informatique montre que, pour une excentricité de 0,0555, valeur moyenne pour la trajectoire de la lune, la vitesse de révolution est égale à la vitesse moyenne lorsque l'anomalie vraie (angle  $\nu$  de la figure ci-dessous ou du schéma n° 19) vaut  $92,4^\circ$  ou  $267,6^\circ$ , ce qui correspond sur la figure aux positions 3 et 7. Cette vitesse est supérieure à la moyenne au voisinage du périhélie, soit sur la figure pour les positions 8, 1 et 2. Cette vitesse est inférieure à la moyenne au voisinage de l'apogée, soit sur la figure pour les positions 4, 5 et 6.

En revanche, les effets de marée ont mis des millions d'années à diminuer la vitesse de rotation propre de la lune pour la rendre égale à la vitesse moyenne de révolution. Les effets de marées ne sont pas assez puissants pour répercuter sur la rotation propre de la lune les faibles variations périodiques de la vitesse de révolution dues à la loi des aires. Conséquence : **alors que la**

**vitesse de révolution de la lune varie faiblement selon la loi des aires, la vitesse de rotation propre de la lune reste rigoureusement constante et égale à la vitesse moyenne de révolution.**

Le plan de la figure ci-dessous est le plan de la trajectoire lunaire. la partie inférieure de la figure reprend les différentes vues pour un observateur terrestre ; les pointillés représente la face qui serait visible en absence de libration. Pour plus de clarté, l'excentricité de la trajectoire et le phénomène de libration sont fortement exagérés sur le schéma.



Ainsi, lorsque la lune est située entre les positions 7 et 3 ( en passant par le périgée), la vitesse de révolution est supérieure à la vitesse de rotation propre : vue de la terre, tout point de la lune semble se déplacer très lentement d'ouest en est. Inversement, entre les position 3 et 7 (en passant par l'apogée), la vitesse de révolution est inférieure à la vitesse de rotation propre : tout point de la lune semble se déplacer lentement d'est en ouest pour un observateur terrestre.

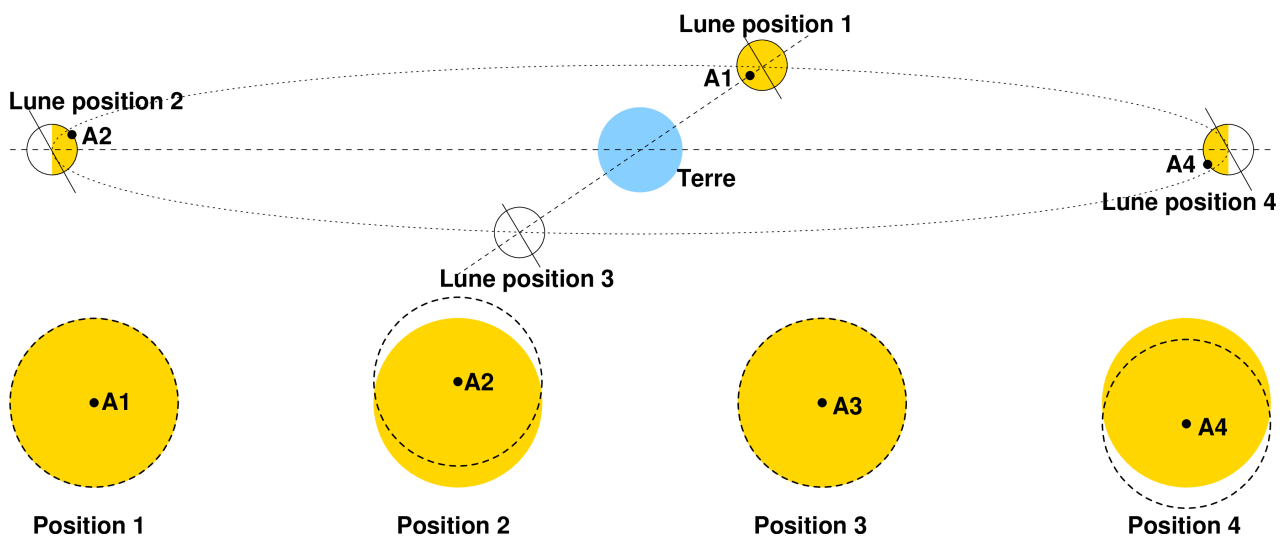
*Remarque : ce déplacement se fait le long d'un parallèle lunaire, ce qui justifie l'expression « libration en longitude ».*

Les sens de déplacements s'inversent aux positions 3 et 7 : c'est dans ces positions que les écarts sont les plus importants : le point de la surface lunaire au plus près de la terre à l'apogée et au périgée (noté  $A_5$  et  $A_1$ ) a tourné de  $8^\circ$  vers l'est en  $A_3$  et de  $8^\circ$  vers l'ouest en  $A_7$ . Cela permet pour l'observateur terrestre placé en  $O_{b3}$  de découvrir une partie de la face qui serait cachée côté ouest en absence de libration. De même un observateur placé en  $O_{b7}$  peut découvrir une partie de la face qui serait cachée côté est en absence de libration.

Bien entendu, les surfaces lunaires en jaune sur le schéma ci-dessus sont celles **susceptibles** d'être observées des différentes positions  $O_{b1}$ ,  $O_{b2}$ ... Pour être effectivement visibles, ces surfaces doivent être éclairées par le soleil et cela dépend des phases de la lune...

#### V.6.9.c) Libration en longitude.

Ce phénomène a pour origine l'obliquité de l'axe des pôles lunaires : l'axe de rotation propre de la lune est incliné en moyenne d'un angle d'environ  $6,7^\circ$  par rapport à la perpendiculaire au plan de la trajectoire du centre de la lune et garde une direction pratiquement fixe dans le référentiel géocentrique. Analysons les conséquences de cette obliquité en négligeant pour l'instant l'influence de la loi des aires. Le raisonnement est assez analogue à celui qui permet de définir les saisons sur terre.



Considérons le schéma ci-dessus : un point A de la surface lunaire sur la droite passant par les centres de la terre et de la lune en position  $A_1$ , sera pour un observateur terrestre animé d'un très lent mouvement apparent le long d'un méridien, ce qui justifie l'expression « libration en latitude ». Le décalage vers le nord du point A est maximum en position 2, ce qui permet à l'observateur terrestre d'explorer alors une partie de la surface lunaire qui serait cachée derrière le pôle sud lunaire si la libration n'existait pas. Le point A retrouve en position 3 le milieu de la face visible comme en position 1 et le décalage vers le sud est maximum en position 4, ce qui permet alors à un observateur terrestre d'explorer une partie de la surface lunaire qui serait cachée derrière le pôle nord lunaire si la libration n'existait pas. Cette libration correspond à une rotation périodique vers le nord ou vers le sud d'amplitude égale à  $6,7^\circ$  et de période égale à un mois sidéral (27,32 jours).

#### V.6.9.d) Synthèse sur la libration.

La libration parallactique présente peu d'intérêt pratique : son amplitude est très faible et le bord ouest ou est qu'elle permet de découvrir n'est visible qu'au lever ou au coucher de la lune : la lumière du soleil levant ou du soleil couchant gêne l'observation.

Les librations de longitude et de latitude sont en réalité simultanées : la composition d'un mouvement d'oscillation suivant un méridien et d'un mouvement d'oscillation suivant un parallèle lunaire d'amplitudes différentes mais de périodes égales produirait un mouvement elliptique. Les périodes étant légèrement différentes, la situation est plus compliquée : sur un mois, on observe une courbe pas tout à fait fermée ayant l'allure d'une ellipse, cette courbe se modifiant légèrement d'un mois à l'autre. Bien sûr, ce mouvement ne peut être mis en évidence qu'avec un montage de photographies prises tout au long du mois et le point de la surface observé ne sera pas toujours éclairé par le soleil... Le principal intérêt du phénomène de libration reste l'exploration d'une partie de la surface lunaire qui serait toujours cachée sans ce phénomène.

## Partie VI : les éclipses.

### VI.1 Les éclipses de lune.

#### *VI.1.1. Définition et première condition d'obtention.*

Il y a **éclipse de lune lorsque la terre s'interpose entre elle et le soleil de façon à empêcher le soleil de l'éclairer**. Une éclipse de lune n'est donc possible que si les centres des trois astres sont approximativement alignés. Le schéma n° 25 montre clairement qu'une telle situation n'est possible que si la lune et le soleil sont en opposition (situation de type E). Bien sûr cette condition est nécessaire mais pas suffisante, sinon il n'y aurait jamais de pleine lune mais une éclipse de lune par lunaison.

Retenons :

**éclipse de lune possible si :**  $(L' - L) \approx 180^\circ$ .

#### *VI.1.2. Ombre et pénombre .*

On se contente ici d'indiquer quelques ordres de grandeurs. Pour éviter de manipuler des nombres trop grands, nous exprimons les distances en multiples de rayon terrestre  $R_T = 6378\text{km}$ . Le rayon du soleil est d'environ  $109R_T$ ; celui de la lune vaut  $0,2725R_T$ . La distance moyenne entre les centres de la terre et du soleil vaut :  $d_{T-S} = 23455R_T$ ; la distance moyenne entre les centres de la lune et de la terre vaut :  $d_{T-L} = 60,4R_T$ .

Peut-on envisager un schéma à l'échelle représentant les trois astres ? Supposons que l'on choisisse de représenter  $1000R_T$  par 1cm ; la distance  $d_{T-S}$  correspondrait ainsi à 23,45cm sur le schéma mais alors  $d_{T-L}$  correspondrait à 0,6mm et le rayon terrestre correspondrait à un centième de millimètre ! Un schéma clair ne peut être à l'échelle et nous constatons à quel point les distances entre les astres sont énormes par rapport aux rayons des astres. Le schéma ci-dessous n° 26 va nous permettre quelques raisonnements mathématiques mais déforme fortement la réalité ; par exemple, sur le schéma  $d_{T-L}$  est de l'ordre de  $2R_T$  alors qu'il vaut en moyenne  $60,4R_T$  !

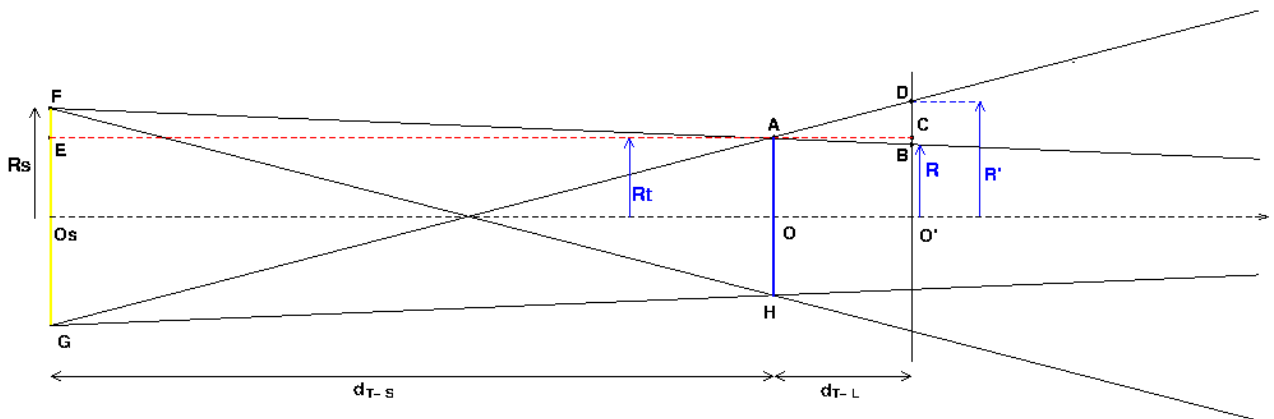
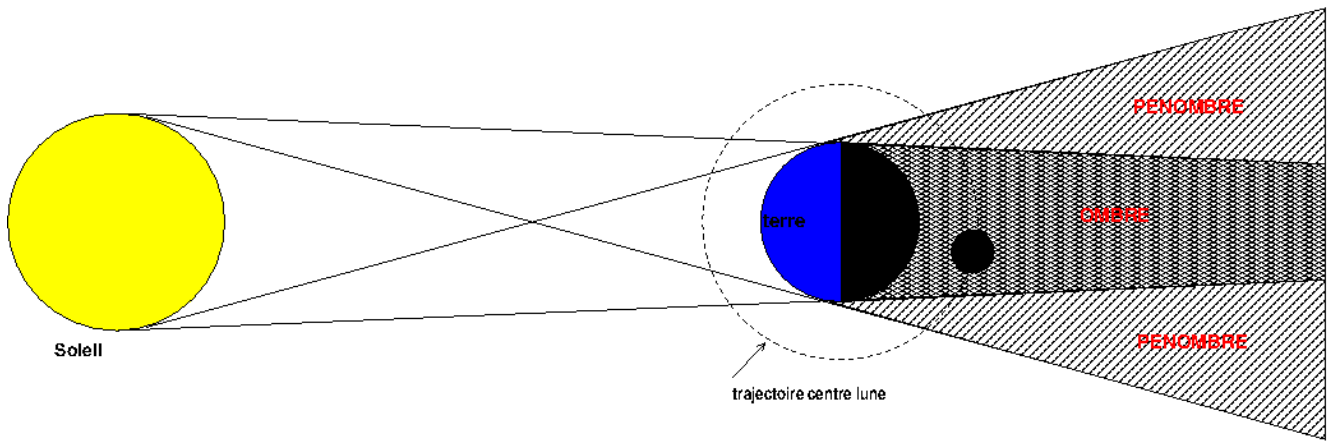


schéma n° 26

La figure du haut est classique. La zone située derrière la terre, délimitée par l'ensemble des droites à la fois tangentes au soleil et à la terre est la **zone d'ombre**. La figure étant invariante par rotation autour de l'axe passant par les centres des deux astres, cette zone est un cône dont le sommet n'est pas représenté car très à droite de la figure. La zone d'ombre est entourée d'une **zone de pénombre** ; si un objet se situe dans cette zone, seule une partie du soleil peut l'éclairer ; cet objet apparaît donc plus sombre qu'en pleine lumière, d'autant plus sombre d'ailleurs qu'il est proche du cône d'ombre.

Cela nous permet de définir trois sortes d'éclipses de lune.

\* **Les éclipses partielles par la pénombre** : à la pleine lune, la lune passe dans la zone de pénombre sans entrer dans la zone d'ombre ; la lune est simplement moins éclairée mais le phénomène est très peu spectaculaire et fortement tributaire des conditions météorologique.

\* **Les éclipses partielles par l'ombre** : à la pleine lune, une partie seulement de la lune pénètre dans le cône d'ombre. Ce sont les seules éclipses partielles que nous étudierons.

\* **Les éclipses totales** : à la pleine lune, la totalité de la lune entre dans le cône d'ombre.

### VI.1.3. Largeurs des zones d'ombre et de pénombre.

Le fait d'avoir sous-évalué sur le schéma n° 26 les distances  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$  par rapport aux rayons des astres amplifie fortement l'inclinaison des droites tangentes

tracées. En réalité, les angles entre ces droites et l'axe passant par les centres du soleil et de la terre sont tous inférieurs à 1°. Dans ces conditions, les rayons extrêmes émis par le soleil peuvent être considérés comme émis par les points F et G de la figure du bas et les points de tangence de ces rayons avec la terre sont très proches des points A et H de la figure où les points Os et O désignent les centres du soleil et de la terre.

Autre approximation : le simple examen du schéma n° 26 permet d'affirmer que la largeur de la zone d'ombre est inférieure au diamètre de la terre :  $2R_T$ . Quand la lune tourne de 360°, elle parcourt une distance d'environ  $2\pi \cdot 60,4 \cdot R_T \approx 379,5R_T$ . En traversant, la zone d'ombre, la lune tourne donc d'un angle d'environ :  $\frac{360 \cdot 2R_T}{379,5R_T} \approx 1,9^\circ$ .

Cet angle est très petit ; la portion de trajectoire lunaire dans la zone d'ombre est suffisamment petite pour être assimilé à une portion rectiligne perpendiculaire à l'axe défini par les centres du soleil et de la terre, l'axe ( $O_S O$ ). Pour définir les largeurs des zones d'ombre et de pénombre, nous sommes donc amenés à étudier l'intersection de ces zones avec le plan perpendiculaire à l'axe ( $O_S O$ ) situé à la distance  $d_{T-L}$  du centre O de la terre.

### Commençons par déterminer le rayon R de la zone d'ombre.

Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{AE} \text{ soit : } \frac{R_T - R}{R_S - R_T} = \frac{d_{T-L}}{d_{T-S}}$$

Application :

$$R_T - R = 108 \cdot R_T \cdot \frac{60,4 \cdot R_T}{23455 \cdot R_T} ; \text{ d'où : } R = \left(1 - \frac{108 \cdot 60,4}{23455}\right) \cdot R_T \approx 0,722 \cdot R_T$$

Sachant que le rayon de la lune est :  $R_L = 0,2725R_T$ ; le rayon de la zone d'ombre vaut :

$$R = \frac{0,722}{0,2725} \cdot R_L \approx 2,65 \cdot R_L$$

Le diamètre de la zone d'ombre est environ 2,65 fois plus grande que le diamètre de la lune. **Le fait que le diamètre de la zone d'ombre soit largement supérieur à celui de la lune rend possible des éclipses totales.**

### Déterminons maintenant le rayon extérieur R' de la zone de pénombre.

Ce rayon correspond à la distance O'D. Nous savons :  $O'C = R_T$ . Il faut calculer la distance CD en appliquant le théorème de Thalès.

$$\frac{CD}{EG} = \frac{AC}{AE} ; \text{ soit : } \frac{CD}{R_T + R_S} = \frac{d_{T-L}}{d_{T-S}}$$

Application :

$$CD = 110 \cdot R_T \cdot \frac{60,4 \cdot R_T}{23455 \cdot R_T} \approx 0,283 \cdot R_T$$

Finalement :

$$R' = O'D = O'C + CD = 1,283 \cdot R_T$$

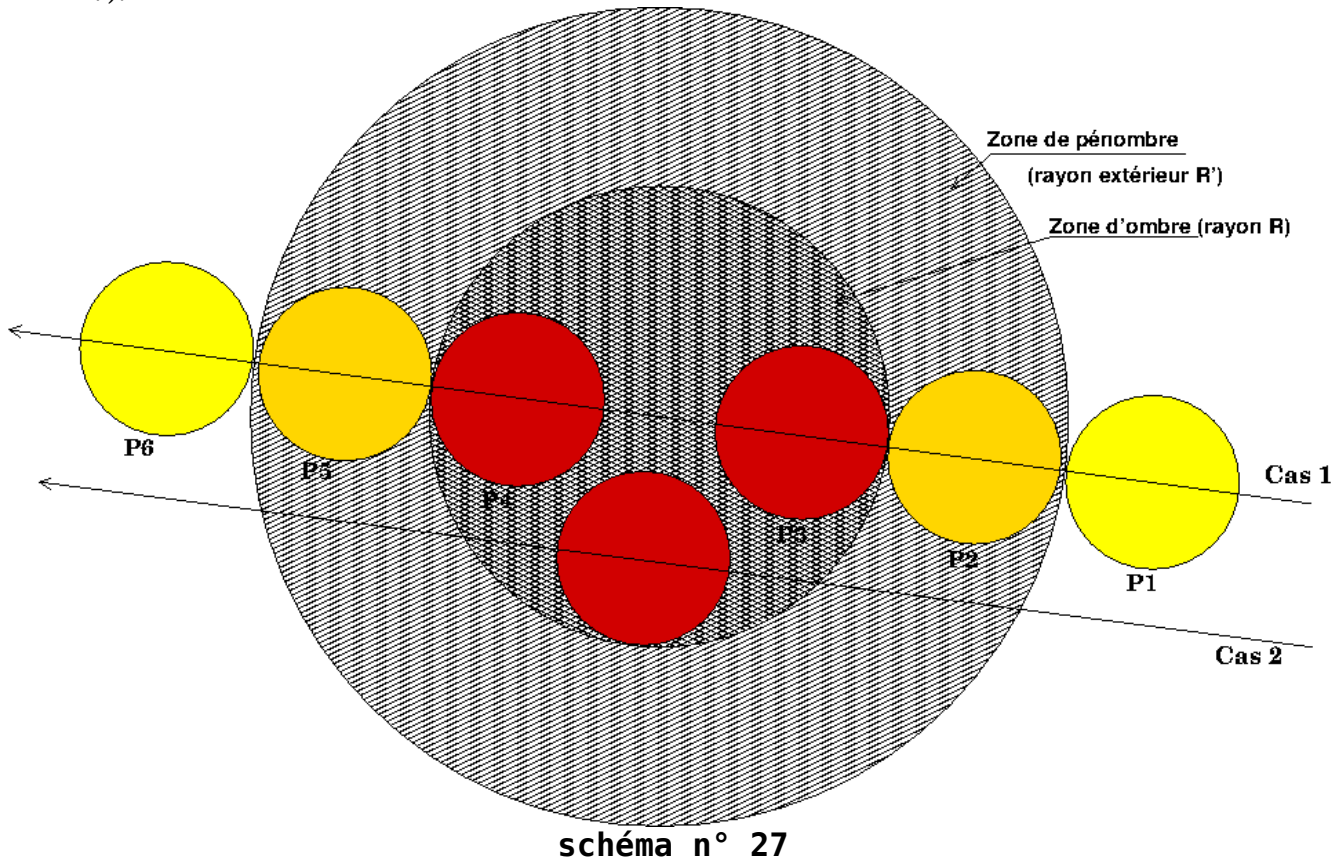
L'intersection du plan perpendiculaire à l'axe ( $O_S O$ ) situé à la distance  $d_{T-L}$  du centre O de la terre avec la zone de pénombre est ainsi une couronne de rayon intérieur  $R = 0,722R_T$  et de rayon extérieur  $R' = 1,283R_T$ . La « largeur » de la zone de pénombre est :

$$R' - R = 0,561R_T$$

On peut remarquer que cette largeur est de très peu supérieure au diamètre de la lune :  $0,545R_T$ . On peut donc imaginer des situations où la lune est entièrement dans la zone de pénombre.

#### VI.1.4. Estimation de la durée d'une éclipse.

Nous allons estimer la durée de l'éclipse dans le cas particulier où le centre de la trajectoire du centre de la lune passe par le centre de la zone d'ombre (cas 1 du schéma n° 27).



En P1, l'hémisphère de la lune orientée vers le soleil est totalement éclairée. De P1 à P2 la lune traverse la zone de pénombre et est de moins en moins lumineuse (éclipse par la pénombre).

De P2 à P3, la lune entre progressivement dans la zone d'ombre, il y a éclipse partielle. La durée de cette éclipse partielle est la durée nécessaire au centre de la lune pour parcourir la distance  $2R_L = 0,545R_T$ . Or, dans notre hypothèse simplificatrice d'un mouvement circulaire uniforme, ce centre parcourt la distance de  $379,5R_T$  en un mois synodique soit 29,5306 jours soit 708,73 heures. La durée estimée de la phase d'éclipse partielle de P2 à P3 est donc :

$$\frac{708,73 \cdot 0,545 \cdot R_T}{379,5 \cdot R_T} = 1,018 \text{ heure soit } 1\text{h}01\text{min} .$$

*Remarque : le centre de la zone d'ombre reste constamment sur l'axe (Os O) du schéma n° 26 ; les zones d'ombre et de pénombre tournent donc dans le repère géocentrique à la même vitesse angulaire que le soleil. Il faut donc, dans l'expression de la vitesse de la lune par rapport aux zones d'ombre et de pénombre, prendre en compte la vitesse de la lune par rapport au soleil ( un tour par mois synodique) et non la vitesse de la lune par rapport au repère géocentrique (un tour par mois sidéral).*

De P3 à P4 la lune est entièrement dans la zone d'ombre, il y a éclipse totale. Sa durée est celle nécessaire au centre de la lune pour parcourir la distance :



$$(2R - 2R_L) = (1,444R_T - 0,545R_T) = 0,899R_T .$$

La durée estimée de l'éclipse totale de P3 à P4 est ainsi :

$$\frac{708,73 \cdot 0,899 \cdot R_T}{379,5 \cdot R_T} = 1,679 \text{ heure soit } 1\text{h}41\text{min} .$$

L'éclipse partielle correspondant à la sortie progressive de la lune de la zone d'ombre (passage de P4 à P5) aura même durée que celle correspondant au passage de P2 à P3. L'évolution de P5 à P6 est analogue à celle de P1 à P2.

La trajectoire de la lune ne passe pas nécessairement par le centre de la zone d'ombre ; alors la durée de l'éclipse totale est nettement plus faible alors que les durées d'éclipses partielles sont plus longues. Ainsi pour la prochaine éclipse totale visible en France (le 25 septembre 2015) la durée de l'éclipse totale sera de 1h12min et les phases d'éclipse partielle dureront chacune 1h04min. Dans le cas limite N° 2 du schéma n° 26 la lune n'est entièrement dans la zone d'ombre que quelques minutes et les phases d'éclipse partielle sont allongées. Ainsi l'éclipse totale du 4 avril 2015 (invisible en France métropolitaine) ne durera que 5min alors que les phases d'éclipse partielle dureront chacune 1h42min.

La durée calculée de 1h41min pour l'éclipse totale n'est pas pour autant la plus longue observable ; n'oublions pas que nos calculs sont simplifiés : nous avons en particulier négligé l'ellipticité des trajectoires et la loi des aires. Ainsi, un soleil à son périhélie augmenterait les largeurs des zones d'ombre et de pénombre, ce qui tendrait à augmenter les durées des différentes phases ; un soleil à son aphélie aurait l'effet inverse. L'ellipticité de la trajectoire de la lune influence aussi les durées des éclipses. En effet, si  $d_{T-L}$  augmente, les largeurs des zones d'ombre et de pénombre augmentent et, selon la loi des aires, la vitesse du centre de la lune diminue : ces deux effets combinés augmentent la durée de l'éclipse. La durée maximale observée pour une éclipse totale est 1h47min.

### VI.1.5. Les deux conditions nécessaires à l'existence d'une éclipse de lune.

La première condition a déjà été expliquée paragraphe VI.1.1. Pour comprendre pourquoi elle n'est pas suffisante, faisant un schéma pour une fois à l'échelle mais sans représenter le soleil : nous avons déjà expliqué pourquoi la représentation simultanée des trois astres à l'échelle est impossible. Nous nous plaçons dans le cas simple où la longitude écliptique du soleil vaut  $(90^\circ + \Omega)$  et celle de la lune  $(270^\circ + \Omega)$ .

Pour plus de clarté, le schéma n° 19 est refait ci-contre.

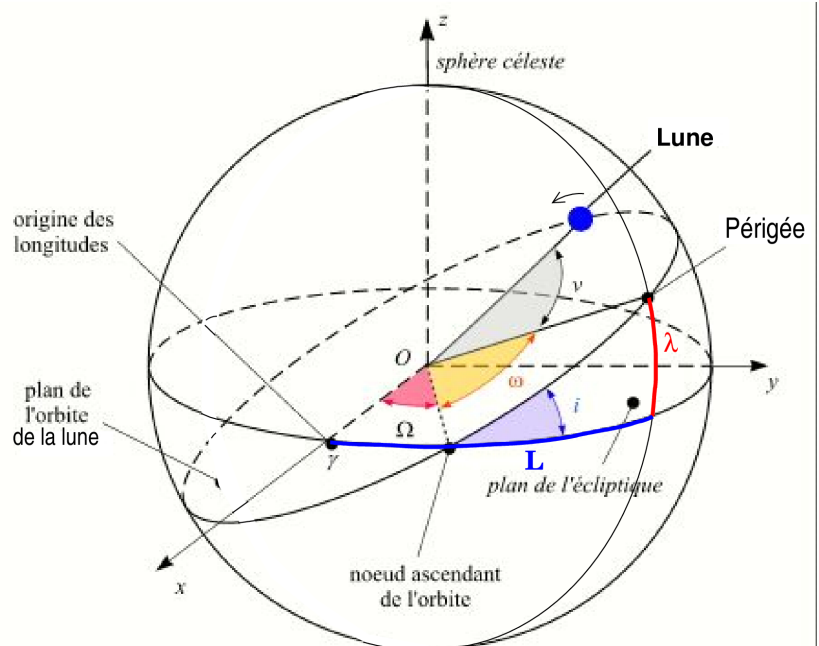


schéma n° 19

[Retour à la page d'accueil](#)

C'est dans ce cas particulier que la lune est la plus éloignée du plan de l'écliptique en étant située au-dessous de ce plan. Le rayon de la lune étant environ 222 fois plus petit que  $d_{T-L}$ , la lune apparaît comme un point sur le schéma. Nous constatons que, malgré la faible valeur de l'inclinaison, la lune est très en dessous du cône d'ombre créé par la terre. Il n'y a pas éclipse mais pleine lune.

Le rayon lunaire et le rayon R de la zone d'ombre défini au paragraphe VI.1.3

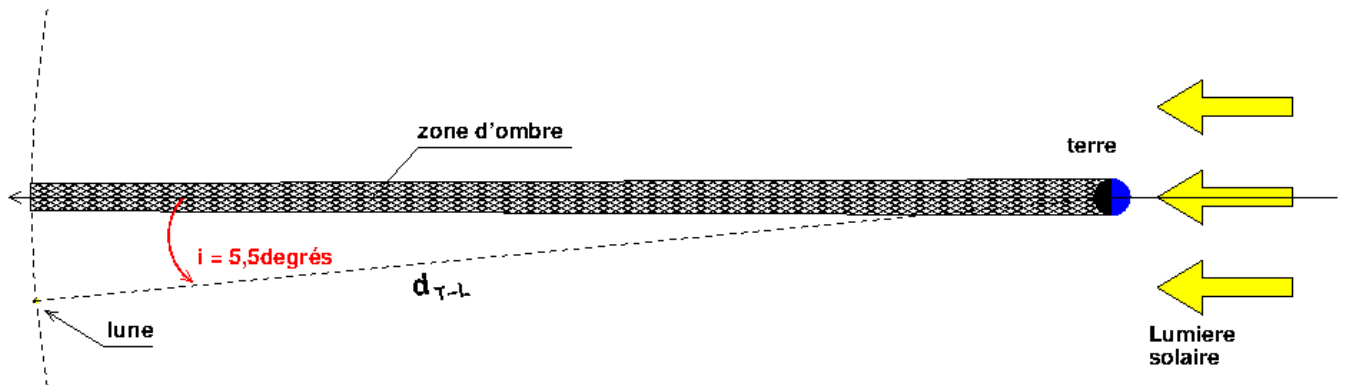


schéma n° 28

sont tellement faibles devant  $d_{T-L}$  que l'éclipse de lune n'est possible que si les centres des trois astres sont alignés ou au moins très proches d'une droite commune. Les trajectoires des centres de la lune et du soleil appartiennent à des plans différents, l'alignement n'est possible que le long de la droite commune aux deux plans : la ligne des nœuds. Lune et soleil devant être en opposition, lors d'une éclipse, la longitude écliptique du soleil doit être très proche de celle d'un nœud alors que celle de la lune doit être très proche de celle du nœud opposé.

**Conclusion : l'éclipse de lune n'est possible que si les deux conditions suivantes sont réunies simultanément :**

$$L' - L \approx 180^\circ \text{ et } \begin{cases} L' \approx \Omega \\ \text{ou} \\ L' \approx \Omega + 180^\circ \end{cases}$$

La situation très rare où le centre de la lune est **exactement** sur la ligne des nœuds tout en étant **exactement** en opposition avec le soleil correspond au cas 1 du schéma n° 27. Le centre de la lune passe exactement par le centre de la zone d'ombre ; la durée de l'éclipse totale est maximale (pour des valeurs données de  $d_{T-L}$  et  $d_{T-S}$ ) et vaut en moyenne 1h41-min.

Pour mieux préciser les autres cas, nous allons répondre à la question suivante : Soit une

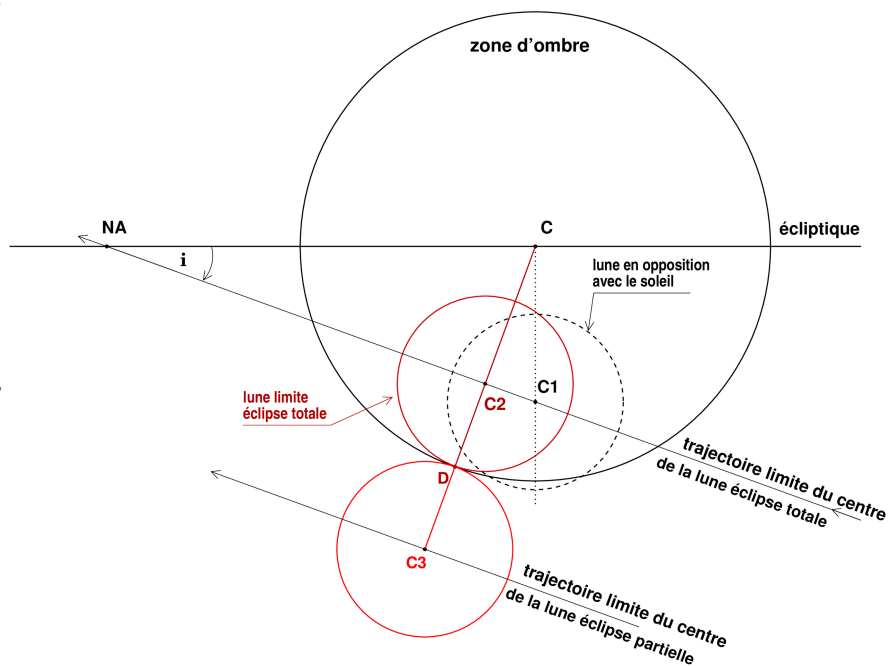


schéma n° 29

[Retour à la page d'accueil](#)

date où la lune est exactement en opposition avec le soleil ( $L' - L = 180^\circ$ ) sans que son centre ne soit exactement sur la ligne des nœud. Quel est l'écart maximal possible (noté  $\Delta$ ) entre  $L'$  et  $\Omega$  (ou entre  $L'$  et  $\Omega+180^\circ$ ) permettant néanmoins l'obtention d'une éclipse totale de lune ? Reprenons le schéma n° 27 en le complétant dans le cas limite n° 2 où la lune entre entièrement dans la zone d'ombre pendant une durée très courte.

Pour ce schéma n° 29, nous utilisons les mêmes hypothèses simplificatrices que celles utilisées pour le schéma n° 27. À la date de pleine lune, le centre C de la zone d'ombre et le centre C1 de la lune ont même longitude écliptique  $L' = L+180^\circ$  mais  $L'$  est un peu inférieure à  $\Omega$  :  $L' = \Omega - \Delta$ . C1 est un peu en-dessous du plan de l'écliptique ; l'éclipse n'est que partielle à cette date ; une petite partie de la lune est en dehors de la zone d'ombre. Au voisinage du nœud ascendant NA, la trajectoire de la lune est assimilable à une droite inclinée de l'angle  $i$  par rapport à l'écliptique. Calculons la valeur de  $\Delta$  pour que, un peu plus tard, la lune pénètre juste dans la zone d'ombre ; la distance de C à C2 est alors :

$$CC_2 = R - R_L = 0,722 R_T - 0,2725 R_T = 0,4495 R_T.$$

Considérons le triangle (C C2 NA) rectangle en C2 ; la définition de la tangente de l'angle  $i$  permet de calculer la distance de C à NA :

$$CN_A = \frac{CC_2}{\tan(i)} ; \text{ soit : } CN_A = \frac{0,4495 R_T}{\tan(5,5^\circ)} = 4,668 R_T.$$

Le plan de figure est à la distance  $d_{T-L}$  du centre de la terre ; à cette distance, une variation de longitude écliptique de  $360^\circ$  correspond à une distance parcourue de  $2\pi \cdot 60,4R_T = 379,5R_T$ . La variation de longitude écliptique entre C et NA est donc :

$$\Delta = \frac{360 \cdot 4,668 \cdot R_T}{379,5 \cdot R_T} = 4,428^\circ.$$

Reprenons le calcul de  $\Delta$  pour le cas limite de l'éclipse partielle. Dans ce cas, la trajectoire du centre de la lune est encore plus éloignée du centre C et le cas limite correspond à une lune « frôlant » la zone d'ombre du côté extérieur : le centre de la lune occupe alors la position C3 du schéma n° 29. Les calculs sont analogues aux précédents.

$$CC_2 = R + R_L = 0,722 R_T + 0,2725 R_T = 0,9945 R_T$$

$$CN_A = \frac{0,9945 R_T}{\tan(5,5^\circ)} = 10,33 R_T ; \quad \Delta = \frac{360 \cdot 10,33 \cdot R_T}{379,5 \cdot R_T} = 9,797^\circ.$$

Pour une nouvelle lune se produisant après le passage au nœud, le calcul se mène de la même manière et conduit aux mêmes valeurs de  $\Delta$ . D'où une conclusion plus précise :

Il y a **éclipse totale de lune** lorsque les deux conditions suivantes sont obtenues simultanément :

$$L' - L \approx 180^\circ \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} L' \text{ compris entre } (\Omega - 4,428^\circ) \text{ et } (\Omega + 4,428^\circ) \\ \text{ou} \\ L' \text{ compris entre } (\Omega + 180^\circ - 4,428^\circ) \text{ et } (\Omega + 180^\circ + 4,428^\circ) \end{array} \right. .$$

Il y a **éclipse partielle de lune** lorsque les deux conditions suivantes sont obtenues simultanément sans que la condition sur  $L'$  concernant l'éclipse totale ne soit vérifiée :

$$L' - L \approx 180^\circ \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} L' \text{ compris entre } (\Omega - 9,797^\circ) \text{ et } (\Omega + 9,797^\circ) \\ \text{ou} \\ L' \text{ compris entre } (\Omega + 180^\circ - 9,797^\circ) \text{ et } (\Omega + 180^\circ + 9,797^\circ) \end{array} \right. .$$

Remarque : rappelons une fois de plus que les valeurs calculées de  $\Delta$  sont des valeurs moyennes qui ne tiennent pas compte de l'ellipticité des trajectoires et de la loi des aires...

### VI.1.6. Prévision et périodicité des éclipses de lune ; le saros.

Lors d'une éclipse, le centre du soleil doit être très près d'un nœud (nœud ascendant ou nœud descendant). Est-ce à dire que cette condition est vérifiée une fois tous les 6 mois ? Pas tout à fait car les nœuds tournent lentement dans le sens inverse à raison d'un tour toutes les 18,60 années. Dans ces conditions, nous avons vu au paragraphe V.4 que le centre du soleil passe par un nœud tous les 173,310 jours. **On peut donc affirmer que le mouvement du soleil rend une éclipse possible tous les 173,310 jours.**

Une éclipse de lune se produit-elle effectivement tous les 173,310 jours ? Il faudrait pour cela que le passage à un nœud s'accompagne d'une opposition soleil – lune, ce qui se produit tous les mois synodiques, soit tous les 29,5306 jours. La division de 173,310 par 29,5306 conduit à 5,8688 : ce n'est pas un nombre entier mais cependant un nombre proche de 6. **Les éclipses peuvent se produire en moyenne toute les six lunaisons à la date de pleine lune sous réserve que le soleil et la lune soient suffisamment proches de la ligne des nœuds à cette date.** La prévision des éclipses n'est donc pas simple même si les moyens informatiques actuels facilitent bien les choses. Pour savoir si une ou plusieurs éclipses se produisent une année donnée, on peut, par exemple, déterminer, pour chaque jour, les longitudes écliptiques du soleil, de la lune et du nœud ascendant et examiner si les critères démontrés ci-dessus se vérifient à certaines dates. Le livre de Jean MEEUS déjà cité donne les méthodes de calcul.

Il est néanmoins possible de trouver une périodicité des éclipses. La lune retrouve sur la sphère céleste la même position par rapport au soleil tous les mois synodiques ; la lune retrouve la même position sur la sphère céleste par rapport au nœud ascendant tous les mois draconitiques. Imaginons une éclipse à une date  $t$ . **Imaginons une durée  $S$  qui soit à la fois un multiple de la durée du mois synodique et un multiple de la durée du mois draconitique. La lune retrouverait à la date  $(t + S)$  la même position par rapport au soleil et par rapport aux nœuds : il y aurait la même éclipse à la date  $(t + S)$  !**

Écrivons que  $S$  est un multiple de  $T_{sy}$  : durée du mois synodique :

$$S = n.T_{sy} \text{ avec } n : \text{ nombre entier .}$$

Écrivons que  $S$  est un multiple de  $T_{dr}$  : durée du mois draconitique :

$$S = m.T_{dr} \text{ avec } m : \text{ nombre entier.}$$

Ainsi :

$$n.T_{sy} = m.T_{dr} ; \text{ ou encore : } \boxed{\frac{T_{sy}}{T_{dr}} = \frac{m}{n}} .$$

Les mesures astronomiques déjà évoquées conduisent à :

$$\boxed{\frac{T_{sy}}{T_{dr}} = \frac{29,530588893671318}{27,212220806158207} = 1,085195842854122} .$$

Nous sommes amenés à trouver la fraction (les mathématiciens disent « le nombre rationnel ») le plus proche du rapport précédent. La détermination de ce nombre est expliquée en [annexe 4](#). On trouve :

$$\frac{m}{n} = \frac{242}{223}; \text{ soit } m = 242 \text{ et } n = 223.$$

Ainsi la durée **S** appelée **saros** représente la durée de **223 mois synodiques** :

$$S = 223.29,530588893671318 = 6585,321323288704 \text{ jours.}$$

Vérifions que cette durée est très proche de 242 mois draconitiques :

$$242.27,212220806158207 = 6585,357435090286 \text{ jours.}$$

L'accord est excellent puisque l'écart n'est que de 0,036111801582592 jour soit 52min sur une période de plus de 18 ans !

*Remarque 1 : converti en années civiles, le saros représente 18ans 11jours 8h si la période considérée compte 4 années bissextiles ou 18ans 10jours 8h si la période considérée compte 5 années bissextiles.*

Il aurait été possible de choisir un rationnel encore plus proche du rapport  $T_{sy}/T_{dr}$ , par exemple : 777/716. Ce choix serait certes plus précis mais n'aurait pas les deux avantages que nous exposons ci-dessous :

- Nous avons expliqué que les durées des éclipses dépend de la distance terre - lune qui est variable à cause de l'ellipticité de la trajectoire de la lune. Divisons la durée du saros par la durée du mois anomalistique qui représente la durée entre deux passages de la lune au périégée ou à l'apogée :

$$\frac{S}{T_{si}} = \frac{6585,321323288704}{27,554549724237798} = 238,9921587975020.$$

Un saros correspond pratiquement à 239 mois anomalistique (erreur de 0,00328%) ; au bout d'un saros la distance  $d_{T-L}$  est donc sensiblement la même.

- Autre avantage : divisons le saros par la durée d'une année synodique :

$$\frac{S}{A_s} = \frac{6585,357435090286}{365,256363004} = 18,029411947624766.$$

L'écart au nombre entier 18 est cette fois-ci un peu plus important (0,163%) mais l'excentricité de la trajectoire elliptique du soleil est très faible : les variations de  $d_{T-S}$  sont très faibles en 0,0294année ( un peu moins de 11 jours).

**Conclusion : si nous obtenons une éclipse à une date t, nous obtiendrons des éclipses pratiquement identiques aux dates (t + S), (t+2S), (t+3S)...**

*Remarque : si les éclipses sont pratiquement identiques tous les saros dans le repère géocentrique, leurs observations à partir d'un point fixe de la surface de la terre sera différente. Le saros représente un nombre entier de jours plus 0,3213 jour. Pendant un saros, la terre effectue un nombre entier de tours autour de l'axe de ses pôles plus 0, 3213tour ; d'un saros au suivant, pour un observateur terrestre, l'éclipse se décale vers l'ouest de  $360.0,3213 = 116$ degrés.*

La durée du saros étant à la fois multiple de la durée du mois synodique et de la durée du mois draconitique, elle est aussi multiple de  $T_i$ , la durée entre deux traversées consécutives de la ligne des nœuds (démonstration en remarque). Vérifions-le :

$$\frac{S}{T_i} = \frac{6585,357435090286}{173,31} = 37,997353431935281.$$

L'écart avec la valeur entière 38 n'est que de 0,007 %. Par saros, il y a donc 38 périodes favorables à l'existence d'éclipses mais, pour les raisons déjà expliquées, chaque période ne donne pas lieu à une éclipse : en moyenne par saros, on compte 13 éclipses totales de lune et 15 éclipses partielles de lune.

*Remarque : montrons que, si la durée d'un saros est à la fois multiple du mois synodique  $T_{sy}$  et du mois draconitique  $T_{dr}$ , elle est aussi multiple de la durée  $T_i$ .*

Au paragraphe V.6.5 nous avons montré :  $\frac{1}{T_{sy}} = \frac{1}{T_{si}} - \frac{1}{A_S}$  relation (1).

Au paragraphe V.6.3 nous avons montré :  $\frac{1}{T_{dr}} = \frac{1}{T_{si}} + \frac{1}{T_{NA}}$  relation (2).

Au paragraphe V.4 nous avons montré :  $\frac{1}{T_{NA}} = \frac{1}{2 \cdot T_i} - \frac{1}{A_S}$  relation (3).

Par substitution entre (2) et (3), nous obtenons :

$$\frac{1}{T_{dr}} = \frac{1}{T_{si}} + \frac{1}{2 \cdot T_i} - \frac{1}{A_S} \text{ relation (4)}$$

Selon (1) :  $\frac{1}{T_{si}} = \frac{1}{T_{sy}} + \frac{1}{A_S}$  ; par substitution dans (4) :  $\frac{1}{T_{dr}} = \frac{1}{T_{sy}} + \frac{1}{2 \cdot T_i}$  relation (5).

En utilisant la définition du saros, la relation (5) devient :

$$\frac{m}{S} = \frac{n}{S} + \frac{1}{2 \cdot T_i} ; \text{ soit } : \frac{1}{2 \cdot T_i} = \frac{m-n}{S}$$

d'où :

$$\frac{S}{T_i} = 2 \cdot (m-n) = 2 \cdot (242-223) = 38 .$$

### VI.1.7. Influence de l'atmosphère terrestre : déviation et diffusion de la lumière.

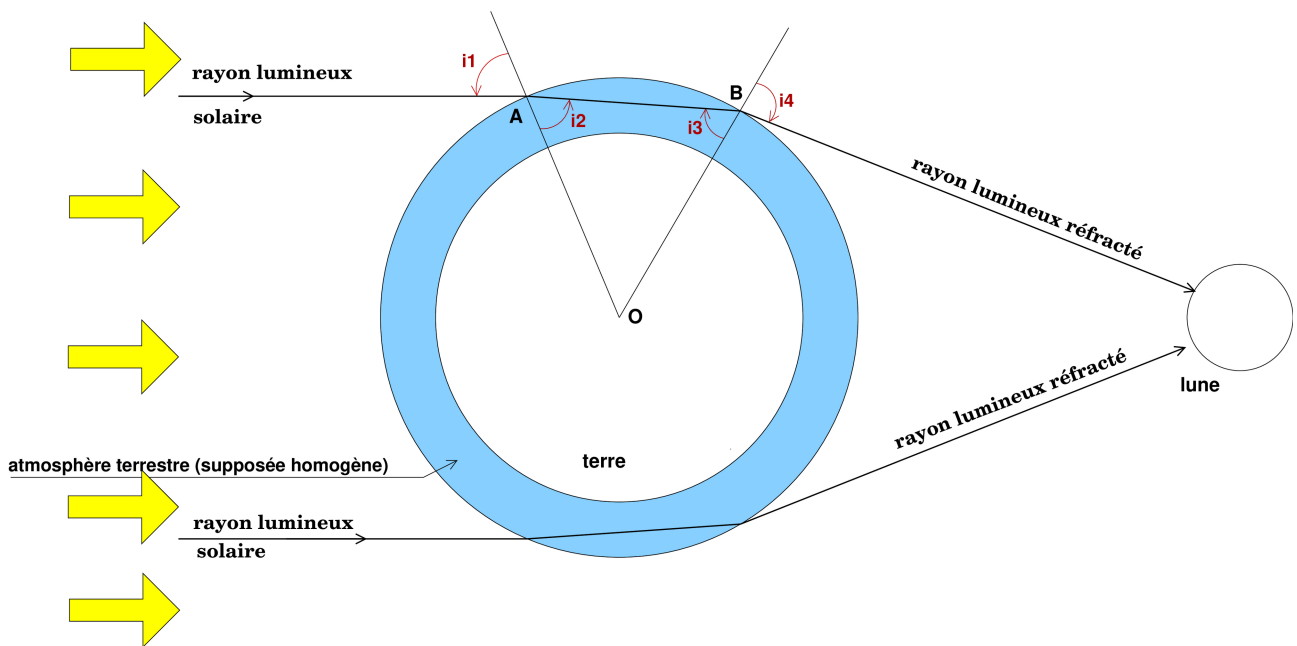
Les livres d'astronomie et de nombreux sites internet présentent des photos et des animations d'éclipses de lune. Par exemple :

[http://xjubier.free.fr/site\\_pages/lunar\\_eclipses/TLE\\_20101221\\_pg01.html](http://xjubier.free.fr/site_pages/lunar_eclipses/TLE_20101221_pg01.html).

On constate que **la lune, bien que dans l'ombre de la terre pour une éclipse totale, reste constamment faiblement éclairée, prenant au passage dans la partie centrale de la zone d'ombre une coloration rouge**, plus ou moins sombre selon les conditions climatiques, analogue à celle d'un soleil couchant.

**Expliquons d'abord pourquoi la lune est éclairée tout en étant dans la zone d'ombre.** Le phénomène qui intervient s'appelle **la réfraction de la lumière** : **il s'agit de la déviation que subit la lumière lorsqu'elle passe d'un milieu transparent dans un autre milieu transparent de nature différente** ; c'est à cause de la réfraction que la partie immergée d'un bâton en partie plongée dans l'eau ne semble pas dans le prolongement de la partie hors de l'eau...

Envisageons d'abord le modèle simplifié où la terre serait entourée d'une couche d'air homogène sur une certaine épaisseur, cet ensemble terre – air étant dans le vide conformément au schéma n° 30 ci-dessous. Un rayon lumineux provenant du soleil subit, en pénétrant dans l'air au point A, une déviation ; l'angle  $i_2$  est un peu inférieur à l'angle  $i_1$ . La lumière se propage ensuite dans l'air jusqu'au point B où elle subit une nouvelle réfraction et donc une nouvelle déviation. Cette fois-ci la réfraction est de fait de l'air vers le vide et non l'inverse comme en A ; l'inégalité d'angle est inversée ;  $i_4$  est supérieur à  $i_3$  de sorte que la déviation se produit dans le même sens qu'en A. **La traversée de la couche d'air produit donc une déviation de la lumière permettant l'éclairage d'un objet situé « derrière » la terre, par rapport au soleil.** La situation est invariante par rotation autour d'un axe passant par le centre de la terre et le centre du soleil.



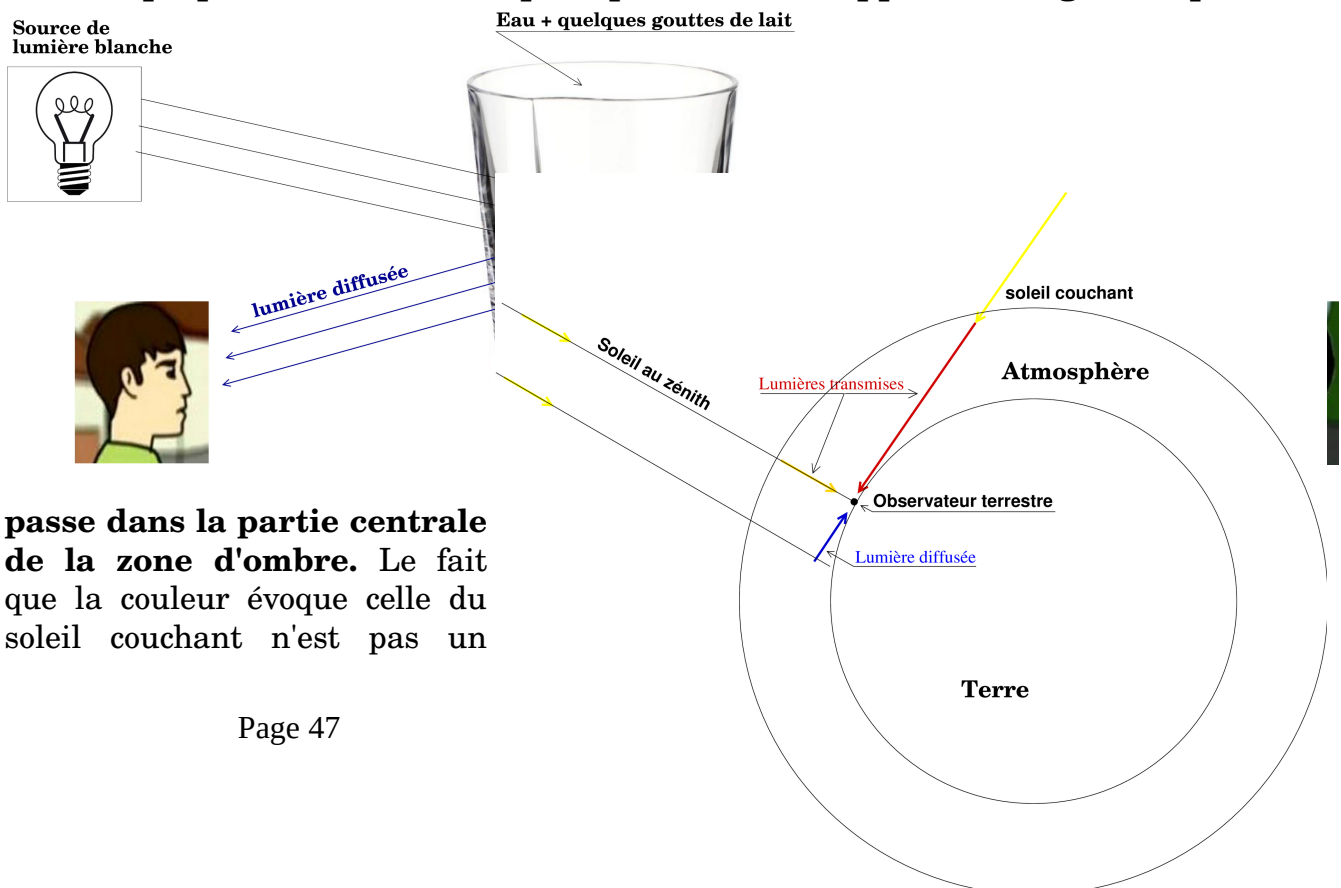
**schéma n° 30**

Remarque : les lois sur la réfractons ont été établies par SNELL en Angleterre et par DESCARTES en France ; plus de précisions à l'adresse suivante :

<http://www.astrosurf.com/astrofil/optique/Descartes.html>

En réalité, la situation est un peu plus complexe : l'air n'est pas tout à fait homogène ; sa pression diminue lentement de la valeur au sol (voisine de 1013 hectopascals) à une valeur pratiquement nulle dès que l'altitude atteint quelques centaines de kilomètres. Cependant, il y a toujours déviation de la lumière par réfraction en direction de la zone d'ombre mais les rayons lumineux sont d'autant plus déviés que l'air qu'ils traversent est dense. Ainsi, les rayons sont d'autant plus déviés qu'ils arrivent du soleil en étant proches de la terre. Au delà de quelques dizaines de kilomètres d'altitude, la déviation devient négligeable.

**Expliquons maintenant pourquoi la lune apparaît rouge lorsqu'elle**



**passé dans la partie centrale de la zone d'ombre.** Le fait que la couleur évoque celle du soleil couchant n'est pas un

**schéma n° 32**

hasard puisque l'origine de la coloration est la même dans les deux cas : **le phénomène de diffusion de la lumière blanche par l'air** et les divers aérosols qu'il contient.

On peut mettre le phénomène en évidence très simplement conformément au schéma n° 31 ci-dessus.

On place trois ou quatre gouttes de lait dans un verre que l'on remplit d'eau. On place alors le verre entre la tête et une source de lumière blanche. La source lumineuse apparaît jaune orangée. En revanche, le liquide observée dans une direction perpendiculaire à la direction ampoule – verre apparaît bleuté. Ajoutons quelques gouttes de lait supplémentaires (pas trop sinon le liquide devient opaque) : la source apparaît maintenant rouge et le liquide bleu foncé.

Rappelons que la lumière blanche correspond à la superposition d'ondes lumineuses de couleurs différentes, toutes les couleurs de l'arc-en-ciel étant présentes. Une partie de la lumière traverse le liquide sans modification.

Une autre partie de la lumière est absorbée par les constituants du liquide (molécules d'eau, molécules du lait) pour être aussitôt **réémise dans toutes les directions : c'est le phénomène de diffusion de la lumière**. Sur le schéma 31, l'observateur de gauche ne reçoit que de la lumière diffusée alors que l'observateur de droite reçoit la lumière transmise composée de la lumière ayant traversé le liquide sans modification et de lumière diffusée dans sa direction. **Il se trouve que les particules constituant le liquide diffusent beaucoup plus la lumière bleue et la lumière violette que la lumière rouge**. La sensibilité de l'œil à la couleur violette étant plus faible que sa sensibilité à la couleur bleu, la lumière diffusée apparaît bleue, la lumière transmise étant appauvrie en bleu et violet par rapport à la lumière blanche apparaît jaune orangée si le milieu est peu diffusant et rouge sombre si le milieu est très diffusant.

*Remarque : le phénomène de diffusion vérifie la loi de Rayleigh : l'intensité de la lumière diffusée est inversement proportionnelle à la puissance quatre de la longueur d'onde dans le vide. Ainsi à intensités égales des rayonnements violet et rouge incidents, l'intensité diffusée dans le violet ( $\lambda = 400\text{nm}$ ) est 12,4 fois plus intense que l'intensité diffusée dans le rouge ( $\lambda = 750\text{nm}$ ).*

**C'est grâce à ce phénomène de diffusion que le ciel paraît bleu par beau temps**. En effet l'air est constitué de molécules (azote et oxygène essentiellement) qui diffusent la lumière solaire. Imaginons d'abord la situation d'un observateur terrestre vers midi solaire. La lumière solaire transmise est faiblement appauvrie en bleu et violet car l'épaisseur d'air traversée est minimale : le soleil apparaît jaune. Si l'observateur regarde le ciel dans une direction autre que celle du soleil, il reçoit de la lumière diffusée par les molécules d'air situées dans la direction de son regard : le ciel lui apparaît bleu. Le matin et le soir, la couche d'air traversée est nettement plus importante, le phénomène de diffusion est plus important, le soleil apparaît rouge (voir schéma n° 32). Le phénomène de diffusion est encore accentué par la présence dans l'air d'autres particules diffusantes : molécules d'eau, molécules diverses issues de la pollution : les plus beaux levés et couchés de soleil s'observent par beau temps au-dessus de la mer car l'air y contient des molécules d'eau obtenues par évaporation de l'eau de mer et au-dessus des villes polluées.

**Revenons à la lune dans la zone d'ombre de la terre en tenant compte de ce qui vient d'être exposé sur la déviation et la diffusion de la lumière solaire**. En entrant ou sortant de la zone d'ombre, la lune reçoit de la lumière peu déviée par l'atmosphère, donc de la lumière ayant traversé les couches élevées de l'atmosphère, là où la densité de l'air est faible et donc les particules diffusantes peu



concentrées : la lune apparaît donc jaune. Dans la partie centrale de la zone d'ombre, la lune reçoit une lumière ayant subie une déviation plus importante, donc de la lumière ayant traversé les couches basses de l'atmosphère, là où la densité de l'air est plus forte et les particules diffusantes plus concentrées ; le phénomène de diffusion est donc dans cette zone plus important ; la lune apparaît rouge. Bien sûr, comme la coloration du soleil couchant, cette coloration est très sensible à l'humidité de l'air traversé, donc aux conditions météorologiques.

#### **VI.1.8. Conditions de visibilité d'une éclipse de lune.**

Contrairement aux éclipses de soleil dont la zone d'observation à la surface de la terre est, nous allons le voir, très réduite, l'éclipse de lune est visible dans toute l'hémisphère terrestre face à la lune. Pour un observateur fixe à la surface de la terre, elle est visible tant que la lune reste au-dessus de la ligne d'horizon. La durée de l'éclipse (phases d'entrée et de sortie de la zone d'ombre comprises) pouvant durer quelques heures, il n'est pas toujours possible d'observer d'un lieu donné toutes les phases de l'éclipse : l'éclipse peut commencer avant que la lune n'apparaisse à l'horizon ou elle peut se terminer après que la lune ait disparu à l'horizon.

## **VI.2 Les éclipses de soleil.**

### **VI.2.1. Définition et première condition d'obtention.**

Il y a **éclipse de soleil** lorsque la lune s'interpose entre lui et la terre de façon à **empêcher le soleil d'éclairer au moins partiellement une partie de l'hémisphère terrestre situé face à lui**. Une éclipse de soleil n'est donc possible que si les centres des trois astres sont approximativement alignés. Le schéma n° 32 montre clairement qu'une telle situation n'est possible que si la lune et le soleil sont en conjonction (situation de type A au paragraphe V.6.4). Bien sûr cette condition est nécessaire mais pas suffisante, sinon il y aurait une éclipse de soleil à chaque nouvelle lune soit tous les mois synodiques.

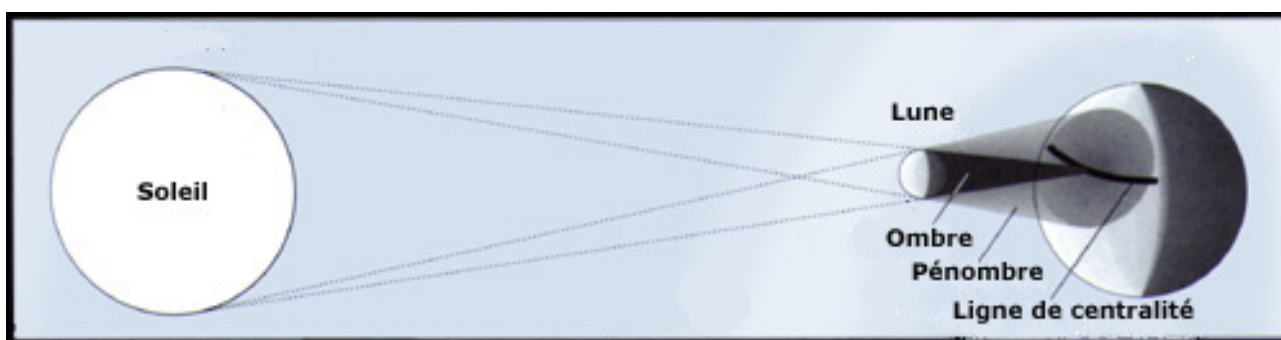


schéma n° 32

Retenons :

**éclipse de soleil possible si :  $L' \approx L$ .**

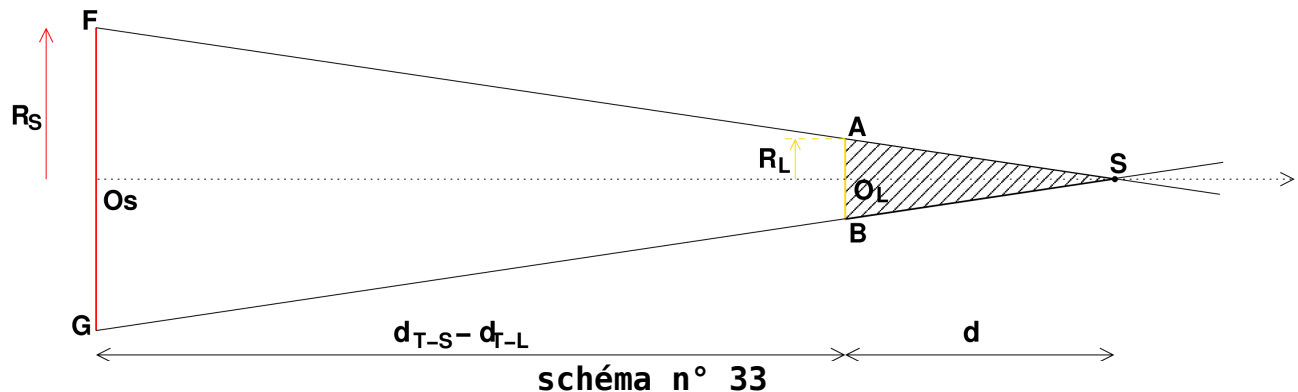
Remarque concernant le schéma n° 32 : la ligne de centralité est la courbe représentant les intersections successives de la surface de la terre avec la droite passant par les centres de la lune et du soleil.

Autre remarque : l'expression « éclipse de soleil » est « consacrée par l'usage » et sera employée ici mais elle n'est pas logique. Précédemment, nous disions qu'il y avait éclipse de lune quand la lune était à l'ombre de la terre ; cette fois-ci, c'est la terre qui est à l'ombre de la lune ; **il serait donc logique de parler d'éclipse de terre**. On peut aussi dire qu'il y a **occultation partielle ou totale du soleil** puisque la lune cache à la vue d'un observateur sur terre tout ou partie de l'hémisphère solaire face à lui.

### VI.2.2. Ombre et pénombre .

Nous utilisons les mêmes hypothèses simplificatrices que pour le schéma n° 26 . Rappelons les données retenues : rayon terrestre :  $R_T = 6378\text{km}$  ;  $R_S = 109R_T$  ;  $R_L = 0,2725$  ;  $d_{T-S} = 23455R_T$  ;  $d_{T-L} = 60,4R_T$  .

Commençons par rechercher la position du sommet S du cône d'ombre en nous plaçant d'abord dans le cas simple où les centres des trois astres sont alignés. Dans ce cas la distance entre les centres  $O_S$  et  $O_L$  du soleil et de la lune vaut ( $d_{T-S} - d_{T-L}$ ).



Soit  $d$  la distance entre le centre de la lune et le sommet S. Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{SO_L}{SO_S} = \frac{O_L A}{O_S F} ; \text{ soit : } \frac{d}{d + d_{T-S} - d_{T-L}} = \frac{R_L}{R_S} .$$

Cela conduit à :

$$d = \frac{d \cdot R_L + R_L}{R_S} \cdot (d_{T-S} - d_{T-L}) ;$$

soit :

$$d = \frac{R_L}{R_S - R_L} \cdot (d_{T-S} - d_{T-L}) \quad \text{relation ( 1 )} ;$$

d'où :

$$d = \frac{0,2725 R_T}{109 R_T - 0,2725 R_T} \cdot (23455 R_T - 60,4 R_T) \approx 58,63 R_T .$$

Or, la distance du centre de la lune à la surface de la terre, au plus près de la lune, est  $(d_{T-L} - R_T) = 59,4R_T$  . Cette valeur est supérieure à  $d$  : **la terre n'appartient pas au cône d'ombre ; il n'y a pas d'éclipse totale de soleil possible**. Cette

situation ne correspond pas à celle du schéma n° 32 ; nous y reviendrons au paragraphe suivant.

Les calculs précédents ont été fait avec les valeurs moyennes des distances  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$ . La relation (1) montre que  $d$  augmente (le cône d'ombre s'allonge) si  $(d_{T-S} - d_{T-L})$  augmente ; de plus, l'écart entre  $d$  et  $(d_{T-L} - R_T)$  est relativement faible. On peut donc imaginer que le cône d'ombre rencontre la terre pour des valeurs de  $(d_{T-S} - d_{T-L})$  plus grande. Pour vérifier cela, reprenons le calcul dans le cas limite où  $d_{T-S}$  est maximum :  $23846R_T$  et  $d_{T-L}$  minimum :  $56,77R_T$ . La relation (1) conduit à :

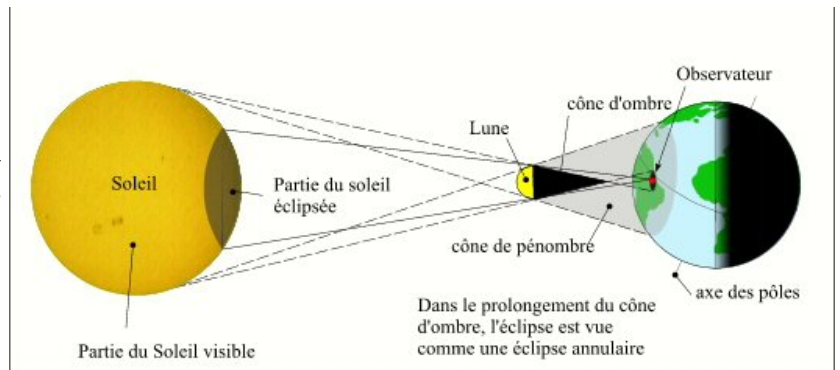
$$d = \frac{0,2725 R_T}{109 R_T - 0,2725 R_T} \cdot (23846 R_T - 56,77 R_T) \approx 59,62 R_T.$$

Dans cette configuration, la distance du centre de la lune au plus près de la surface de la terre est  $(d_{T-L} - R_T) = 55,77R_T$  : distance nettement inférieure à  $d$  ; **une portion de la surface terrestre appartient au cône d'ombre ; une éclipse totale de soleil est possible.** C'est une situation correspondant au schéma n° 32.

**Conclusion :** nous sommes amenés à distinguer deux cas, suivant que le sommet S du cône d'ombre est entre la lune et la terre ou à l'intérieur de la terre.

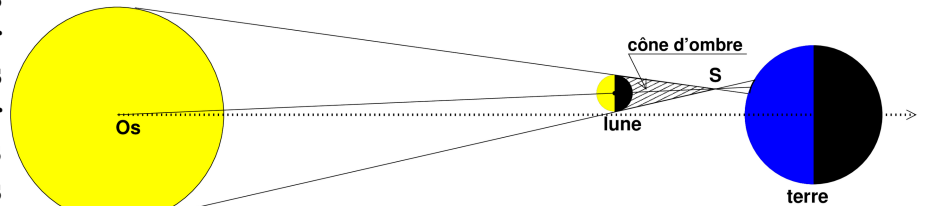
**VI.2.3. Cas où le sommet du cône d'ombre est entre la lune et la terre : éclipse annulaire de soleil .**

C'est une situation correspondant au schéma n° 34 ci-contre. Ce n'est pas cependant la seule : le centre de la lune peut être un peu au-dessus ou en dessous du plan de l'écliptique, il suffit que la droite passant par les centres du soleil et de la lune rencontre la terre (voir schéma n° 35) mais alors le cône d'ombre - ou plutôt ici son prolongement - et le cône de pénombre délimitent à la surface de la terre des zones dont les géométries sont assez complexe...

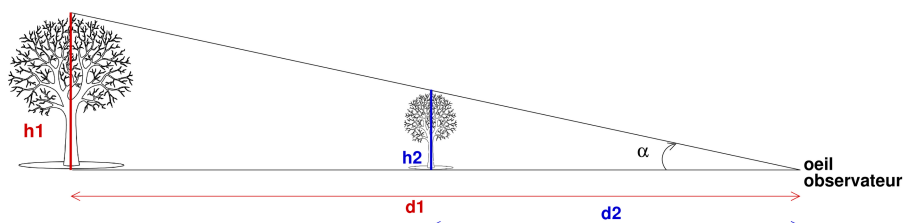


**schéma n° 34**

Que voit dans ces conditions un observateur terrestre ? Imaginons d'abord cet observateur sur l'axe défini par les centres du soleil et de la lune (cas des schémas n° 34 et n° 37). Nous avons déjà dit qu'il nous est impossible d'apprécier les distances des objets très éloignés : seul compte pour l'observateur l'angle entre les droites passant par les bords de l'objet et l'œil. Cet angle est appelé **diamètre angulaire de l'objet**. Ainsi un arbre de 10m de hauteur situé à 200m paraîtra de la même hauteur qu'un arbre de 5m de hauteur situé à 100m de l'observateur (voit schéma n° 36 ci-dessus).



**schéma n° 35**



**schéma n° 36**

Remarque : dans la situation du schéma n° 36, les deux arbres ont le même diamètre angulaire  $\alpha$

Le théorème de Thalès conduit immédiatement à :  $\frac{h_1}{d_1} = \frac{h_2}{d_2}$ . Le lecteur familiarisé avec la trigonométrie remarque d'emblée que le diamètre angulaire se calcule comme l'arc-tangente du rapport hauteur sur distance à l'observateur. Sinon, on peut imaginer un cercle centré sur l'œil de l'observateur de rayon  $d_1$ . Cette distance étant a priori très grande devant la hauteur  $h_1$  puisque nous nous intéressons uniquement à des objets éloignés, ce cercle passe aussi par le sommet de l'arbre et l'arc de cercle entre la base de l'arbre et son sommet vaut en très bonne approximation la hauteur  $h_1$ . Le périmètre du cercle vaut  $2 \cdot \pi \cdot d_1$  et correspond à un angle de  $360^\circ$ . L'arc de longueur  $h_1$  correspond à l'angle  $\alpha$  tel que :

$$\alpha = \frac{360 \cdot h_1}{2 \cdot \pi \cdot d_1} = \frac{180 \cdot h_1}{\pi \cdot d_1} = \frac{180 \cdot h_2}{\pi \cdot h_2} \quad (\text{angle mesuré en degrés}).$$

Revenons à la situation du schéma n° 34 dont nous donnons schéma n° 37 une coupe par un plan perpendiculaire à l'écliptique contenant les centres du soleil et de la lune. Dans le cas particulier où l'observateur serait au sommet S du cône d'ombre, le soleil et la lune auraient même diamètre angulaire ; la lune cacherait le soleil à l'observateur ; il y aurait éclipse totale de soleil.

Dans la situation qui nous occupe où l'observateur est derrière le cône d'ombre, le diamètre angulaire de la lune est inférieur à celui du soleil :

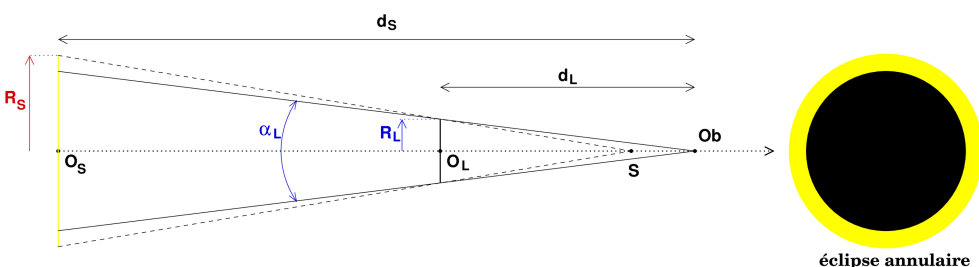


schéma n° 37

la lune est trop petite à cette distance de l'observateur pour occulter totalement le soleil : on observe un disque noir correspondant à l'hémisphère non éclairée de la lune entouré d'une couronne correspondant à l'hémisphère du soleil que la lune ne cache pas : il y a **éclipse annulaire du soleil** (voir figure de droite du schéma n° 37).

Remarque : le diamètre angulaire de la lune est, exprimé en degrés :  $\alpha_L = \frac{180 \cdot 2 \cdot R_L}{\pi \cdot d_L}$ . Ce diamètre

angulaire est inférieur à celui du soleil :  $\alpha_S = \frac{360 \cdot R_S}{\pi \cdot d_S}$ . Plus la valeur  $\alpha_L$  se rapproche de la valeur  $\alpha_S$ , plus l'observateur (noté Ob sur le schéma n° 37) se rapproche du point S, plus la partie du soleil occultée par la lune est importante et plus il fait sombre sur la terre en plein jour.

**Une éclipse annulaire est observable d'un point (Ob) à la surface de la terre lorsque le sommet du cône d'ombre est situé entre la lune et la surface de la terre et que le point d'observation est sur la droite passant par les centres du soleil et de la lune.**

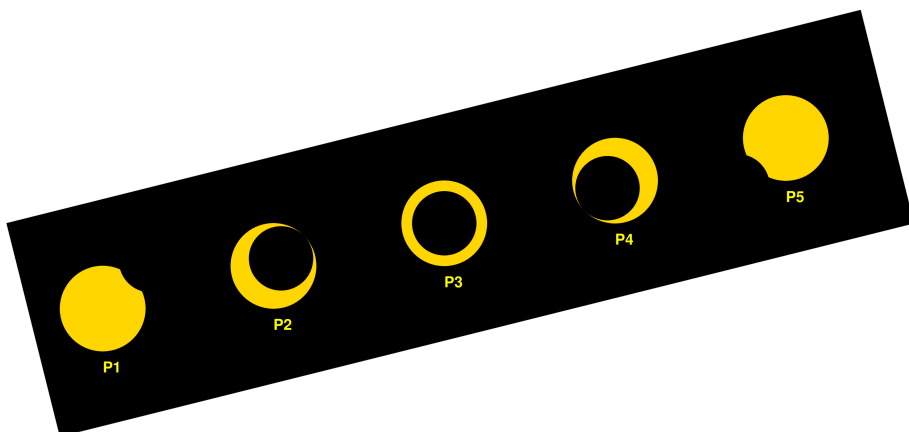


schéma n° 38

Mais que voit cet observateur avant et après l'éclipse annulaire ? Le soleil et la lune tournent dans le même sens, la vitesse de rotation de la lune étant un peu plus de douze fois plus grande. De la terre, on « voit » donc la lune passer devant le soleil. Dans le repère géocentrique, la trajectoire du centre de la lune est inclinée de l'angle  $i$  (  $5,15^\circ$  environ) par rapport au plan de l'écliptique, le sens est montant ou descendant suivant que la lune est proche du nœud ascendant ou du nœud descendant. Cependant, dans ce même repère, l'observateur terrestre tourne autour de l'axe des pôles nettement plus vite dans le même sens . L'observateur terrestre voit donc l'ensemble soleil – lune se déplacer lentement vers l'ouest en montant ou descendant par rapport à la ligne d'horizon selon l'heure, comme le ferait le soleil en absence d'éclipse et en plus, la lune passe devant lui d'ouest en est selon une inclinaison par rapport à l'horizon très variable selon le lieu d'observation, la saison et l'heure. Le schéma n° 38 ci-dessus reconstitue les principales étapes de l'éclipse :

P1 : situation juste après le **début de l'éclipse partielle**, c'est à dire juste après le **premier contact** ;

P2 : fin de l'éclipse partielle et **début de l'éclipse annulaire** c'est à dire situation de **deuxième contact** ;

P3 : maximum de l'éclipse annulaire (c'est à cet instant qu'il fait le plus sombre sur terre au lieu d'observation) ;

P4 : **fin de l'éclipse annulaire** et début de l'éclipse partielle c'est à dire situation de **troisième contact** ;

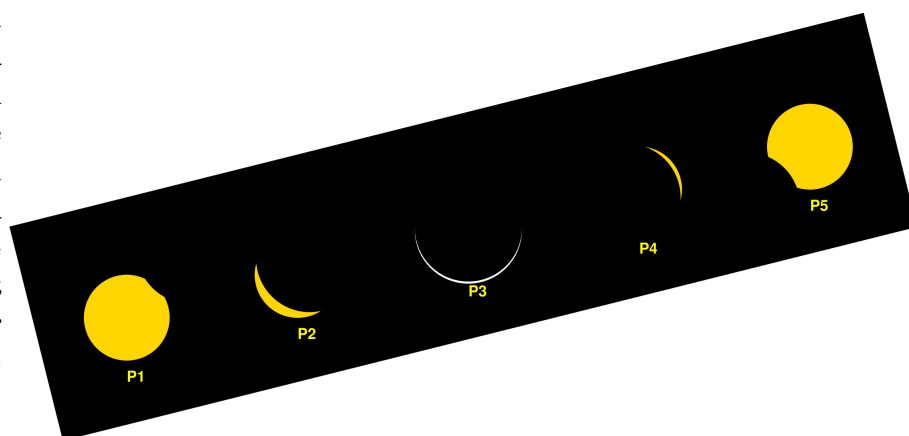
P5 : situation peu avant la **fin de l'éclipse partielle**, peu avant le **quatrième contact**.

*Remarque : les livres d'astronomie ainsi que de nombreux sites internet publient des photographies d'éclipses totales ; par exemple :*

[http://xjubier.free.fr/site\\_pages/solar\\_eclipses/ASE\\_20130510\\_pg02.html](http://xjubier.free.fr/site_pages/solar_eclipses/ASE_20130510_pg02.html)

#### **VI.2.4. Cas où le sommet du cône d'ombre est à l'intérieur de la terre ou à la surface de la terre : éclipse totale de soleil .**

C'est la situation correspondant au schéma n° 32 : vus d'un observateur terrestre, le diamètre angulaire de la lune est supérieur à celui du soleil, la lune peut occulter totalement le soleil si l'observateur est dans le cône d'ombre : il y a alors **éclipse totale**. Si l'observateur est dans le



**schéma n° 39**

cône de pénombre, il y a **éclipse partielle** : la lune occulter une partie seulement du soleil. C'est pour un observateur situé sur la ligne de centralité que l'éclipse totale est la plus longue (pour des valeurs données de  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$  ) puisque, au maximum de l'éclipse, le centre de la lune et le centre du soleil sont alignés avec l'observateur. Pour un observateur situé dans la zone d'ombre mais pas sur la ligne de centralité, la

trajectoire du centre de la lune apparaîtra un peu décalée vers le haut ou vers le bas et l'éclipse totale sera plus courte. Pour un observateur situé dans la zone de pénombre, le décalage est trop important pour que la lune puisse occulter totalement le soleil. Le schéma n° 39 ci-dessus reconstitue les principales étapes de l'éclipse totale dans le cas où la trajectoire apparente du centre de la lune passe un peu au-dessus du centre du soleil :

P1 : situation juste après le **début de l'éclipse partielle** c'est à dire juste après le **premier contact** ;

P2 : situation juste avant le **début de l'éclipse totale** qui correspond au **deuxième contact** ;

P3 : période d'éclipse totale, la terre est plongée dans l'obscurité ; il est cependant possible d'observer de la lumière émise par les couches de gaz très chaud entourant le soleil ; cette lumière peu intense n'est pas observable en absence d'éclipse à cause de l'éblouissement produit alors par la lumière solaire. Cette période d'éclipse totale est évidemment l'occasion pour les scientifiques d'étudier les propriétés de gaz entourant le soleil ;

P4 : situation d'éclipse partielle juste après la **fin de l'éclipse totale (juste après le troisième contact)**;

P5 : situation peu avant la **fin de l'éclipse partielle qui correspond au quatrième contact**.

*Remarque : les livres d'astronomie ainsi que de nombreux sites internet publient des photographies d'éclipses totales ; par exemple :*

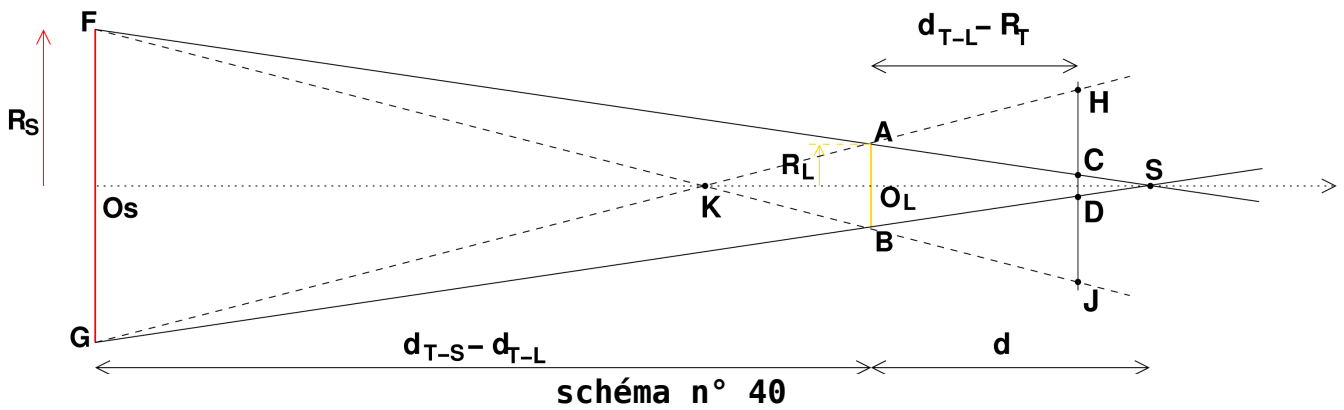
[#http://xjubier.free.fr/site\\_pages/solar\\_eclipses/TSE\\_20080801\\_pg03.html](http://xjubier.free.fr/site_pages/solar_eclipses/TSE_20080801_pg03.html)

### **VI.2.5. Éclipse de soleil hybride.**

C'est une situation très rare puisqu'elle se produit environ tous les 160 ans : les distances  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$  sont telles à la nouvelle lune que la distance  $d$  du centre de la lune au sommet du cône d'ombre est de très peu supérieure à la distance ( $d_{T-L} - R_T$ ) ; pour mieux comprendre, on peut revenir aux calculs accompagnant le schéma n° 33 puis au schéma n° 32. Suivant le lieu d'observation sur la courbe de centralité, la distance du centre de la lune à la surface de la terre varie puisque la terre est sphérique : **pour certains lieux, cette distance sera supérieure à  $d$  : on observera alors une éclipse annulaire, pour d'autres lieux, cette distance sera inférieure ou égale à  $d$  : on observera une éclipse totale**. La dernière éclipse de ce type s'est produite le 3 novembre 2013 : on a observé une éclipse annulaire le matin au large de la Floride et plus tard, une éclipse totale en Afrique. La prochaine se produira le 17 octobre 2172 !

### **VI.2.6. Zones d'observations d'une éclipse de soleil.**

Cette détermination doit être faite au cas par cas puisque le phénomène d'éclipse de soleil est très sensible aux variations des distances  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$ . De plus, dès que les centres du soleil, de la lune et de la terre ne sont plus alignés, le cône d'ombre délimite à la surface de la terre une zone dont la géométrie n'est pas simple.



Néanmoins, pour donner un ordre de grandeur, on se limite au cas simple évoqué en fin de paragraphe VI.2.2 : les centres des trois astres sont alignés avec  $d_{T-S} = 23846R_T$  et  $d_{T-L} = 56,77R_T$ . On reprend schéma n° 40 le schéma n° 36 en rajoutant, à la distance  $(d_{T-L} - R_T)$  la trace de la surface de la terre dans le plan de figure. Cette trace est rigoureusement un cercle de rayon  $R_T$  mais, puisque les rayons des zones d'ombre et de pénombre sont a priori petits devant le rayon de la terre, l'arc de cercle qui nous intéresse sur cette figure est assimilable à un segment perpendiculaire à la droite passant par les centres des trois astres.

Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{CD}{AB} = \frac{d - (d_{T-L} - R_T)}{d}; \text{ soit : } \frac{CD}{2 \cdot R_L} = \frac{59,62 R_T - 55,77 R_T}{59,62 R_T} \approx 0,06457.$$

Donc :

$$CD = 0,12915R_L = 0,12915 \cdot 0,2725 \cdot R_T = 224,5 \text{ km.}$$

**Conclusion : dans ce cas particulier, la zone d'ombre est un disque de rayon 112,25km.**

*Remarque : on constate que le diamètre de la zone d'ombre est très inférieur au rayon terrestre, ce qui justifie l'approximation précédente.*

Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{AB}{FG} = \frac{KO_L}{KO_S}; \text{ soit : } \frac{2 \cdot R_L}{2 \cdot R_S} = \frac{KO_L}{d_{T-S} - d_{T-L} - KO_L} = \frac{0,2725 R_T}{109 R_T}.$$

Après simplification :

$$\frac{KO_L}{23789,23 R_T - KO_L} = \frac{0,2725}{109}; \text{ soit : } 109,2725 \cdot KO_L = 23789,23 \cdot 0,2725 \cdot R_T;$$

Finalement :

$$KO_L = 59,3248 R_T.$$

Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{HJ}{AB} = \frac{KO_L + d_{T-L} - R_T}{KO_L}; \text{ ou : } \frac{HJ}{2 \cdot R_L} = \frac{59,3248 R_T + 55,77 R_T}{59,3248 R_T};$$

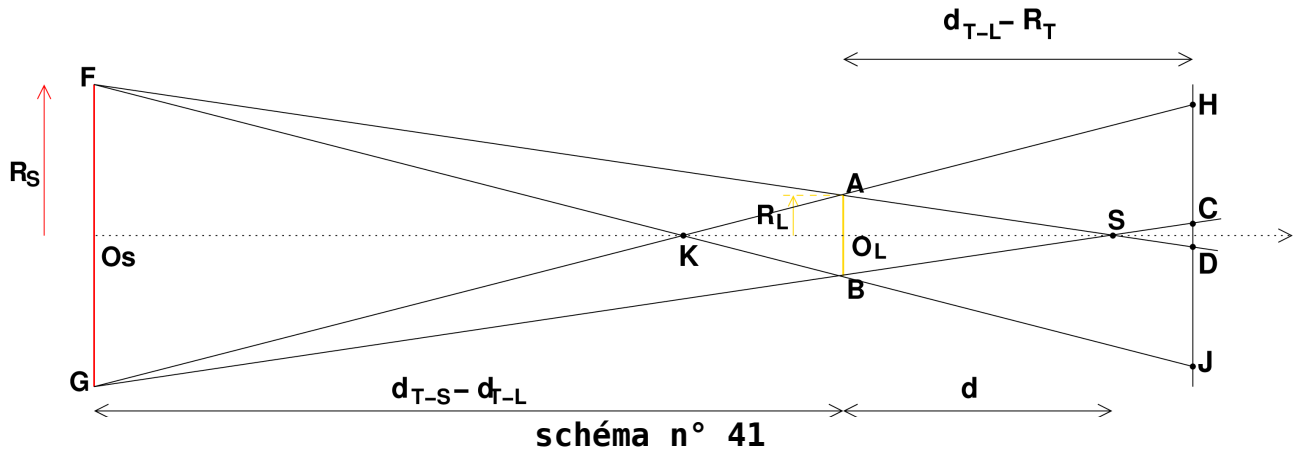
Soit :

$$HJ = 3,880 \cdot R_L = 3,880 \cdot 0,2725 \cdot R_T = 1,057 R_T = 6743,7 \text{ km.}$$

Ce calcul conduit à une zone de pénombre de rayon extérieur égal à 3372km environ ; ce calcul n'est pas exact : la distance HJ est du même ordre que le rayon terrestre ; dans ces conditions, assimiler la surface de la terre à un plan est une approximation très grossière. Pour être rigoureux, il faudrait rechercher l'intersection de la sphère terrestre avec le cône de sommet K et de demi-angle au sommet  $\widehat{O_L K A}$ .

La distance du centre de la zone au bord de la zone d'ombre est certainement supérieure à la valeur précédemment calculée de 3372km.

On peut faire un calcul analogue dans le cas d'une éclipse annulaire : le centre du cône d'ombre étant alors entre la lune et la surface terrestre que l'on continue localement à assimiler à un plan perpendiculaire à la droite passant par les centres des trois astres. On adapte le schéma précédent n° 40 en adoptant les valeurs moyennes utilisées au paragraphe VI.2.2 :  $d_{T-S} = 23455R_T$  ;  $d_{T-L} = 60,4R_T$  ;  $d = 58,63R_T$  (voir schéma ci-dessous n° 41).



Le théorème de Thalès appliqué aux triangles (SAB) et (SCD) conduit à :

$$\frac{CD}{AB} = \frac{d_{T-L} - R_T - d}{d} ; \text{ soit : } \frac{CD}{2 \cdot R_L} = \frac{59,4 R_T - 58,63 R_T}{58,63 R_T} \approx 0,0131 .$$

Donc :

$$CD = 0,0263 \cdot R_L = 0,0263 \cdot 0,2725 \cdot R_T = 0,00716 R_T = 45,6 \text{ km.}$$

**Conclusion : dans ce cas particulier, la zone d'observation de l'éclipse annulaire est un disque de rayon égal à 22,8km.**

Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{AB}{FG} = \frac{KO_L}{KO_S} ; \text{ soit : } \frac{2 \cdot R_L}{2 \cdot R_S} = \frac{KO_L}{d_{T-S} - d_{T-L} - KO_L} = \frac{0,2725 R_T}{109 R_T} .$$

Après simplification :

$$\frac{KO_L}{23394,6 R_T - KO_L} = \frac{0,2725}{109} ; \text{ soit : } 109,2725 \cdot KO_L = 23394,6 \cdot 0,2725 \cdot R_T ;$$

Finalement :

$$KO_L = 58,3406 R_T .$$

Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{HJ}{AB} = \frac{KO_L + d_{T-L} - R_T}{KO_L} ; \text{ ou : } \frac{HJ}{2 \cdot R_L} = \frac{58,3406 R_T + 59,4 R_T}{58,3406 R_T} ;$$

Soit :

$$HJ = 4,036 \cdot R_L = 4,036 \cdot 0,2725 \cdot R_T = 1,1 R_T = 7015 \text{ km.}$$

On obtient une valeur très proche de celle obtenue au cas précédent. Les remarques sur la validité du calculs sont les mêmes. La distance du centre de la zone au bord de la zone d'ombre est certainement supérieure à la valeur calculée de 3507km.

**Conclusion : puisque la terre tourne sur elle-même autour de l'axe de ses pôles, la zone de visibilité d'une éclipse totale ou annulaire balaie d'ouest en est une**



**bande centrée sur la courbe de centralité dont la largeur est au plus de quelques centaines de kilomètres** (beaucoup moins si le sommet du cône d'ombre est très près de la surface de la terre). **La bande où l'éclipse partielle est visible est beaucoup plus large, en général plusieurs milliers de kilomètres.**

Donnons un exemple : lors de l'éclipse annulaire du 3 octobre 2005, la zone de visibilité a traversé l'Espagne du nord-ouest vers le sud-est avec une largeur de 180 km environ tandis que la zone de visibilité de l'éclipse partielle avait une largeur d'environ 7600km.

*Remarque : l'inclinaison de la trajectoire de la lune par rapport au plan de l'écliptique et l'obliquité de l'axe des pôles font que, si les déplacements des zones d'ombre et de pénombre à la surface de la terre se font d'ouest en est, ils s'accompagnent d'une variation de latitude, augmentation ou diminution suivant la saison et le nœud au voisinage duquel se trouve la lune.*

### **VI.2.7. Les deux conditions nécessaires à l'existence d'une éclipse de soleil.**

Les raisonnements du paragraphe VI.1.5 à propos des éclipses de lune peuvent largement être repris en remplaçant « pleine lune » par « nouvelle lune ». Bien sûr, la condition d'existence d'une éclipse de soleil : « longitudes écliptiques de la lune et du soleil très proches » est nécessaire mais pas suffisante : sinon, on aurait une éclipse de soleil à chaque nouvelle lune !

Pour qu'il y ait éclipse de soleil, les centres des trois astres doivent être approximativement alignés, sinon les cônes d'ombre et de pénombre de la lune passent au-dessus ou en dessous de la terre. Cet alignement n'est possible que si le centre de la lune est très voisin d'un nœud à la pleine lune.

**Conclusion : l'éclipse de soleil n'est possible que si les deux conditions suivantes sont réunies simultanément :**

$$L' \approx L \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} L' \approx \Omega \\ \text{ou} \\ L' \approx \Omega + 180^\circ \end{array} \right. .$$

*Remarque : sur la sphère céleste, cela revient à dire que, lors d'une éclipse de soleil, les centres du soleil et de la lune sont très voisins du même nœud. Pour une éclipse de lune, le centre du soleil est très proche d'un nœud et le centre de la lune est proche de l'autre nœud.*

Pour préciser un peu mieux les positions possibles de la lune au voisinage d'un nœud qui conduisent à une éclipse de soleil à la pleine lune, nous allons envisager la position limite où la lune est en conjonction avec le soleil ( $L = L'$ ) mais un peu au-dessus du plan de l'écliptique de façon que la zone d'observation d'une éclipse annulaire entre juste en contact avec la terre. Nous choisissons pour les calculs les valeurs moyennes de  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$ . Le plan de figure du schéma n° 42 est le plan contenant les centres des trois astres qui est perpendiculaire au plan de l'écliptique. Bien sûr, la figure n'est pas à l'échelle, les rayons des astres sont fortement exagérés par rapports aux distances entre les astres. La droite tangente aux trois astres aux points B, D et A est très peu inclinée par rapport au plan de l'écliptique : il est possible de considérer les droites  $BO_S$ ,  $DO_L$  et  $AO$  comme toutes trois perpendiculaires au plan de l'écliptique et donc à l'axe passant par les centres du soleil et de la terre.  $\lambda$  représente la latitude écliptique de la lune.

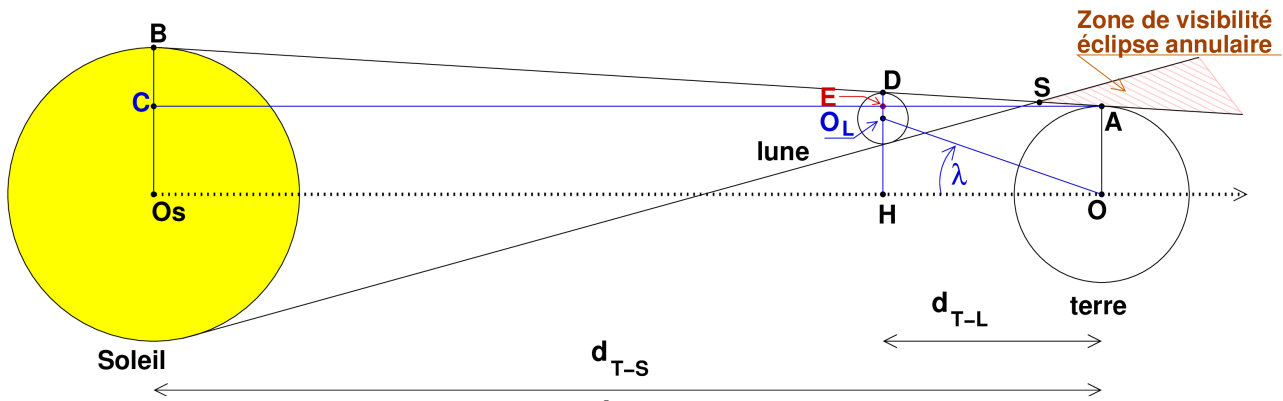


schéma n° 42

Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \quad ; \text{ soit : } \frac{DE}{R_s - R_T} = \frac{d_{T-L}}{d_{T-S}} \quad ; \text{ d'où : } \frac{DE}{108 R_T} = \frac{60,4 R_T}{23455 R_T} .$$

Finalement :

$$DE = \frac{108 \cdot 60,4 R_T}{23455} = 0,278 R_T .$$

Remarque : le rayon de la lune ayant été fortement exagéré sur la figure, le centre de la lune apparaît en dessous du point E alors qu'en réalité  $O_L$  est situé entre D et E puisque la distance DE calculée est supérieure au rayon de la lune.

Ainsi :

$$EO_L = DE - DO_L = 0,278 R_T - 0,2725 R_T = 0,00561 R_T .$$

Donc :

$$HO_L = HE + EO_L = 1,00561 R_T .$$

Le triangle  $(OHO_L)$  étant rectangle, on peut calculer la tangente de la latitude écliptique de la lune :

$$\tan(\lambda) = \frac{HO_L}{HO} = \frac{1,00561 R_T}{60,4 R_T} = 0,0166 \quad ; \text{ d'où : } \lambda = 0,954^\circ .$$

On peut aussi envisager le cas limite où la lune est « sous » le plan de l'écliptique avec le cône de visibilité de l'éclipse annulaire tangent à la terre au voisinage du pôle sud. Par raison de symétrie, on obtient une valeur opposée de la latitude écliptique. Cela conduit à affirmer que, dans ces conditions particulières, l'éclipse annulaire est possible si  $\lambda$  est compris entre  $-0,954^\circ$  et  $+0,954^\circ$ . Pour en déduire une condition sur la longitude écliptique, on peut remarquer qu'au voisinage immédiat d'un nœud, la variation de longitude écliptique  $\Delta$  est liée à la latitude écliptique par la relation :

$$\Delta = \frac{\lambda}{\tan(i)} \quad \text{avec l'inclinaison } i = 5,15^\circ .$$

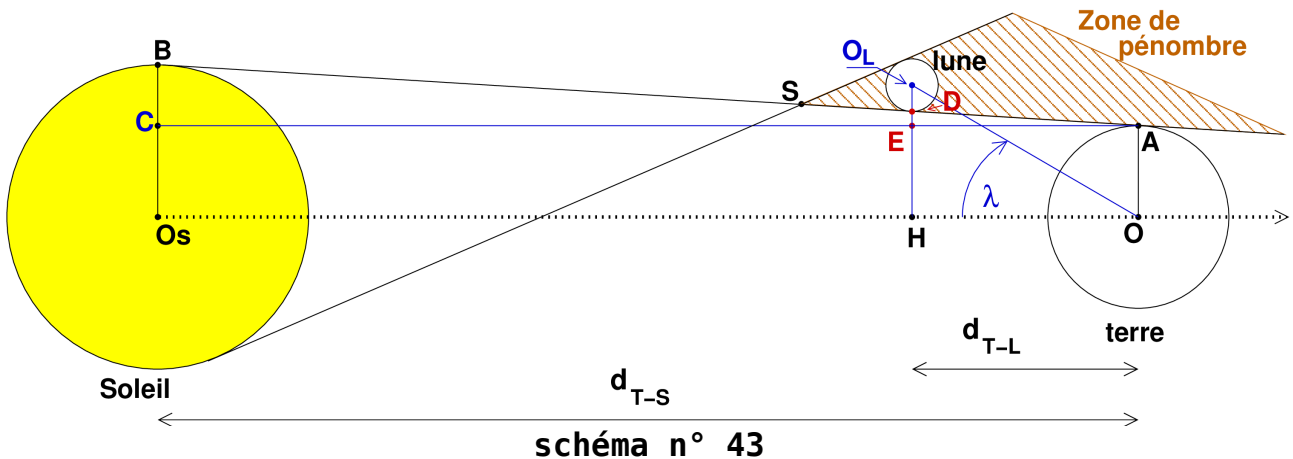
Cela conduit à  $\Delta = 10,58^\circ$ .

D'où la conclusion valable pour les valeurs moyennes de  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$  :

**l'éclipse de soleil annulaire est possible si les deux conditions sont vérifiées simultanément :**

$$L' \approx L \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} L' \text{ compris entre } (\Omega - 10,58^\circ) \text{ et } (\Omega + 10,58^\circ) \\ \text{ou} \\ L' \text{ compris entre } (\Omega + 180^\circ - 10,58^\circ) \text{ et } (\Omega + 180^\circ + 10,58^\circ) \end{array} \right. .$$

Pour obtenir une condition sur l'existence d'une éclipse partielle, il suffit de remplacer le cône de visibilité par le cône de pénombre (voir schéma n° 43).



On a toujours :  $DE = 0,278R_T$ . En revanche :

$$HO_L = HE + ED + DO_L = R_T + 0,278R_T + 0,2725R_T = 1,55R_T .$$

$$\tan(\lambda) = \frac{HO_L}{HO} = \frac{1,55 R_T}{60,4 R_T} = 0,0257 \quad ; \text{ soit : } \lambda = 1,47^\circ . \quad \Delta = \frac{\lambda}{\tan(i)} = 16,32^\circ .$$

D'où la conclusion valable pour les valeurs moyennes de  $d_{T,S}$  et  $d_{T,L}$  :

**l'éclipse de soleil partielle est possible si les deux conditions sont vérifiées simultanément :**

$$L' \approx L \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} L' \text{ compris entre } (\Omega - 16,32^\circ) \text{ et } (\Omega + 16,32^\circ) \\ \text{ou} \\ L' \text{ compris entre } (\Omega + 180^\circ - 16,32^\circ) \text{ et } (\Omega + 180^\circ + 16,32^\circ) \end{array} \right. .$$

En comparant ces résultats à ceux obtenus pour les éclipses de lune au paragraphe VI.1.5, on constate que les conditions pour les éclipses de soleil sont un peu moins restrictives : **les éclipses de soleil sont donc un peu plus fréquentes que les éclipses de lune**. Cependant les éclipses totales ou annulaires de soleil sont beaucoup plus spectaculaires et surtout affectent une zone très réduite de la surface terrestre ; elles revêtent donc toujours un caractère exceptionnel. Par exemple, si on se limite aux éclipses totales ou annulaires visibles sur une partie du territoire français métropolitain, la dernière s'est produite le 11 août 1999 et la prochaine aura lieu le 5 novembre 2059 !

### VI.2.8. Durées de visibilité des éclipses de soleil.

On peut trouver au mot « durée » deux significations dans ce contexte : d'abord la durée de visibilité de l'éclipse pour un observateur fixe en un point de la surface terrestre ; mais aussi la durée de la période pendant laquelle l'éclipse est visible en un point quelconque de la terre.

#### VI.2.8.a) Durée de visibilité pour un observateur fixe.

Dans le repère géocentrique, la terre tourne 27 fois plus vite sur elle-même que ne tourne la lune autour de la terre et 365 fois plus vite que ne tourne le soleil autour de la terre. Pour un calcul d'ordre de grandeur, on peut considérer la lune et le soleil comme pratiquement immobile dans le repère géocentrique ; la durée de visibilité de

l'éclipse étant ainsi la durée mise par l'observateur pour traverser le cône d'ombre (cas d'une éclipse totale) ou le cône de visibilité (cas d'une éclipse annulaire). Dans le cas général, le calcul n'est pas simple pour de nombreuses raisons :

- si le centre de la lune n'est pas exactement confondu avec un nœud, la géométrie de l'intersection du cône avec la terre n'est pas simple ;
- si l'observateur n'est pas sur la ligne de centralité, il ne traverse pas la zone d'observation dans sa plus grande largeur ;
- la vitesse de l'observateur par rapport au repère géocentrique dépend beaucoup de la latitude ; si l'observateur est sur l'équateur, il parcourt 40000km en 24h ; à la latitude de 45°, la longueur du parallèle n'est que de 28284km qui est aussi parcourue en 24h...

Nous nous limitons au cas simple d'un observateur situé à l'intersection de l'équateur avec la ligne de centralité. Quelle que soit l'orientation de l'axe des pôles, donc quelle que soit la saison, l'observateur se déplace sur un diamètre de la zone de visibilité à la vitesse de  $\frac{40000}{24} = 1667 \text{ km/h}$ . Nous avons montré au paragraphe VI.2.6

que la zone de visibilité d'une éclipse totale est au maximum de 224,5km. La durée maximale de visibilité d'une éclipse totale à l'équateur est donc :

$$\Delta t = \frac{224,5}{1667} = 0,1347 \text{ h} = 8,08 \text{ min} .$$

Pour les valeurs moyennes de  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$ , dans les mêmes conditions d'observation que précédemment, la zone de visibilité de l'éclipse annulaire est un disque de diamètre 45,6km, ce qui conduit à une durée d'observation à l'équateur :

$$\Delta t = \frac{45,6}{1667} = 0,02736 \text{ h} = 1 \text{ min } 38 \text{ s} .$$

Plus généralement, on peut dire que la durée de visibilité diminue lorsque l'observateur s'éloigne de la ligne de centralité et qu'elle est d'autant plus courte que le sommet S du cône d'ombre est proche de la terre. Les durées sont donc particulièrement courtes pour les éclipses hybrides. **Ces durées sont en général de quelques minutes**, ce qui renforce évidemment le caractère exceptionnel de ces éclipses déjà évoqué.

Pour les éclipses partielles, le raisonnement précédent conduit sur l'équateur, pour les valeurs moyennes de  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$ , à :

$$\Delta t = \frac{14030}{1667} = 8,418 \text{ h} = 8 \text{ h } 25 \text{ min} .$$

Ce calcul est évidemment très grossier : la zone d'observation n'est pas assimilable à un disque et il est impossible de considérer la lune et le soleil comme immobiles dans le repère géocentrique sur une telle durée. Retenons néanmoins que la **durée d'observation de l'éclipse partielle est toujours très longue devant celle de l'éclipse totale ou annulaire, elle est en général de quelques heures**

Citons quelques exemples :

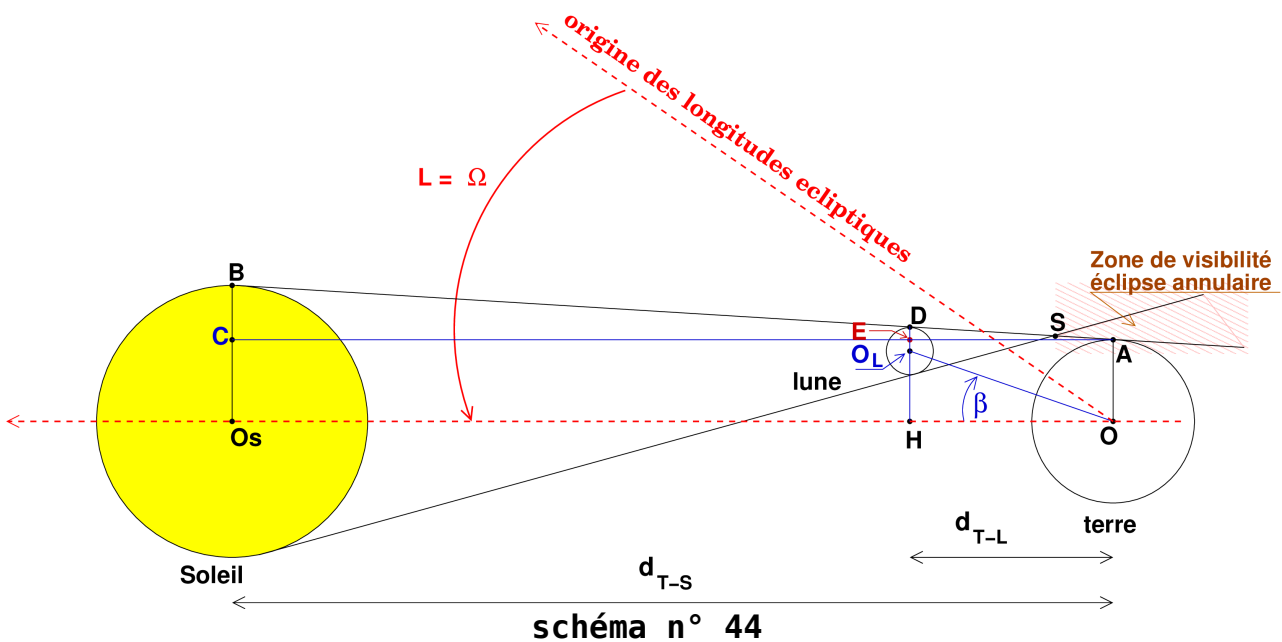
- **éclipse totale du 11 août 1999** visible dans le nord de la France : la durée de l'éclipse totale, au voisinage de la ligne de centralité a été d'environ 2min17s, celle de l'éclipse partielle de 2h42min.

- **éclipse annulaire du 3 octobre 2005** visible en Espagne : au voisinage de la ligne de centralité la durée de l'éclipse annulaire a été de 4min11s, celle de l'éclipse totale de 2h43min.

- **éclipse hybride du 3 novembre 2013** visible sous forme totale au Gabon : au voisinage de la ligne de centralité la durée de l'éclipse totale a été de 1min7s, celle de l'éclipse totale de 3h 2min.

**VI.2.8.b) Durée de visibilité à la surface de la terre.**

La durée de visibilité de l'éclipse totale ou annulaire est la durée pendant laquelle le cône d'ombre (pour une éclipse totale) ou le cône de visibilité (pour une éclipse annulaire) rencontre une zone quelconque de la terre. Pour avoir un ordre de grandeur de cette durée nous nous plaçons dans le cas où  $d_{T-S}$  et  $d_{T-L}$  ont leurs valeurs moyennes. Au maximum de l'éclipse,  $L = L' = \Omega$  (ou  $\Omega + 180^\circ$  : cela ne change rien au raisonnement). Nous supposons la durée à calculer suffisamment courte pour que la distance du centre  $O_L$  de la lune au plan de l'écliptique reste négligeable : les centres des trois astres restent dans le plan de l'écliptique qui est le plan de la figure du schéma n° 44.



Le début de l'éclipse annulaire correspond au cas limite où le cône de visibilité est tangent à la terre à l'ouest. La longitude écliptique de la lune est alors  $L' = L - \beta$ . On peut remarquer que la figure est très proche de celle du schéma n° 42 après rotation de  $90^\circ$  autour de l'axe  $(OO_s)$ . Les calculs se mènent de la même façon et on obtient pour  $\beta$  la valeur obtenue précédemment pour  $\lambda$  :  $\beta = 0,954^\circ$ .

La fin de l'éclipse annulaire correspond à la disparition à l'est, c'est à dire au cas limite où le cône de visibilité est tangent à la terre à l'est. Il s'agit de la situation symétrique de la précédente par rapport à l'axe  $(OO_s)$  ; la longitude écliptique de la lune est alors :  $L' = L + \beta$ . La durée de visibilité à la surface de la terre est donc la durée nécessaire à la lune pour que sa longitude écliptique augmente de  $2\beta$  par rapport à celle du soleil. Or la lune tourne de  $360^\circ$  par rapport au soleil en un mois synodique soit en 29,53jours. La durée de visibilité de l'éclipse annulaire est ainsi :

$$\Delta T = \frac{29,53 \cdot 2 \cdot 0,954}{360} = 0,156 \text{ jour} = 3 \text{ h } 45 \text{ min} .$$

Le raisonnement est analogue pour la durée de l'éclipse partielle : il suffit de remplacer le cône de visibilité par le cône de pénombre conformément au schéma n° 45.

Les calculs se mènent comme dans la situation du schéma n° 43 ; on obtient pour  $\beta$  la valeur précédemment obtenue pour  $\lambda$  :  $\beta = 1,47^\circ$ . La durée de visibilité de l'éclipse partielle est ainsi :

$$\Delta T = \frac{29,53 \cdot 2 \cdot 1,47}{360} = 0,241 \text{ jour} = 5 \text{ h } 47 \text{ min}.$$

Quelques exemples pour juger de la pertinence des calculs :

- ***l'éclipse totale du 11 août 1999*** a d'abord été visible au large de la côte est des États-Unis et a cessé de l'être au large de la côte est de l'Inde ; l'éclipse totale a été visible pendant **3h6min** et l'éclipse partielle pendant **5h14min** ;

- ***l'éclipse annulaire du 3 octobre 2005*** a commencé à être visible au milieu de l'océan atlantique et a cessé de l'être au milieu de l'océan indien ; l'éclipse annulaire a été visible pendant **3h41min** et l'éclipse partielle pendant **5h53min** ;

- ***l'éclipse hybride du 3 novembre 2013*** a commencé à être visible au large de la Floride et a cessé de l'être à la corne de l'Afrique. La durée cumulée de visibilité de l'éclipse annulaire et de l'éclipse totale a été de **3h23min**, la durée de visibilité de l'éclipse partielle a été de **5h23min**.

### ***VI.2.9. Périodicité des éclipses de soleil ; le saros.***

Nous avons montré que les conditions d'existence des éclipses de soleil sont analogues à celles d'obtention des éclipses de lune : il suffit juste de remplacer « pleine lune » par « nouvelle lune ». Or, la durée entre deux nouvelles lunes consécutives est égale à la durée entre deux pleines lunes consécutives : un mois synodique. Les résultats concernant la périodicité des éclipses de soleil sont donc identiques à ceux concernant les éclipses de lune et les propriétés du saros s'appliquent aussi aux éclipses de soleil. Pour des raisons déjà expliquées, les éclipses de soleil sont un peu plus fréquentes : par saros, on dénombre en moyenne 28 éclipses de soleil annulaires ou totales et 15 éclipses partielles de soleil alors que l'on compte en moyenne 13 éclipses totales de lune et 15 éclipses partielles de lune.